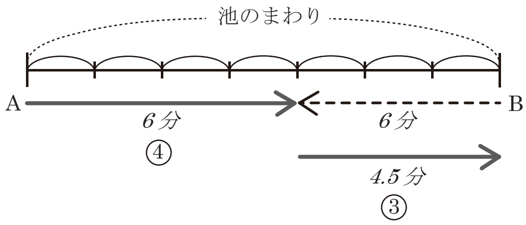
1　$70\frac{2}{3}-20\frac{\square}{12}-24\frac{3}{4}=25$

→ $69\frac{5}{3}-20\frac{\square}{12}-24\frac{3}{4}=25$
→ $(69-20-24)+\frac{5}{3}-\frac{\square}{12}-\frac{3}{4}=25$
→ $25+\frac{5}{3}-\frac{\square}{12}-\frac{3}{4}=25$
→ $\frac{5}{3}-\frac{\square}{12}-\frac{3}{4}=0$ → $\frac{20}{12}-\frac{\square}{12}-\frac{9}{12}=0$ → $\square=$11

2　池のまわりを 1 周する遊歩道があり，A，B の 2 人がそれぞれ一定の速さで歩きます。スタート地点から 2 人が同時に出発し，逆向きに池のまわりを歩くと，6 分後に 2 人は初めてすれちがいます。また，スタート地点から 2 人が同時に出発し，同じ向きに池のまわりを歩くと，A がちょうど 4 周し終わったときに初めて B を追いこします。A は池のまわりを 1 周するのに □ 分かかります。

A が 4 周する間に B は 3 周するので，
A と B の速さの比は 4：3 です。
A は 6 分後に B とすれちがい，1 周するまでの残りのきょりを 4.5 分で歩くので，
1 周で 6＋4.5＝10.5 分かかります。



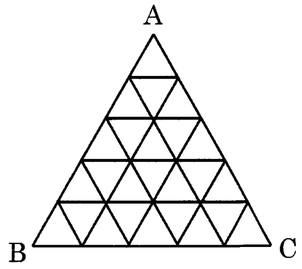
3　A，B の 2 人がじゃんけんをします。グーで勝つと 10 点，チョキで勝つと 8 点，パーで勝つと 5 点の得点がそれぞれもらえます。 グーで負けると 1 点，チョキで負けると 2 点，パーで負けると 3 点の得点がそれぞれもらえます。また，あいこのときの得点は 0 点とします。じゃんけんを 2 回したときに A の得点が B の得点より 4 点高くなりました。このとき，B の得点として考えられるものは，低い方から順に ① 点，② 点です。

あいこを除くと，右の表のように 3 つの勝敗パターンがあります。あいこのときは，2 人の得点差が変わりません。
① A がパーで勝ち & あいこ
② A がグーで勝ち & B がパーで勝ち
この組み合わせのときに，A は B よりも 4 点高い得点（差が 4 点）になります。
よって，B の得点は 1＋0＝1 点 … ①，2＋5＝7 点 … ② です。

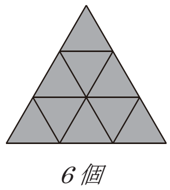
勝ち	負け	差
グー　+10 点	チョキ　+2 点	➡ +8 点
チョキ　+8 点	パー　+3 点	➡ +5 点
パー　+5 点	グー　+1 点	➡ +4 点
あいこ（2 人が同じ手）		➡ 0 点

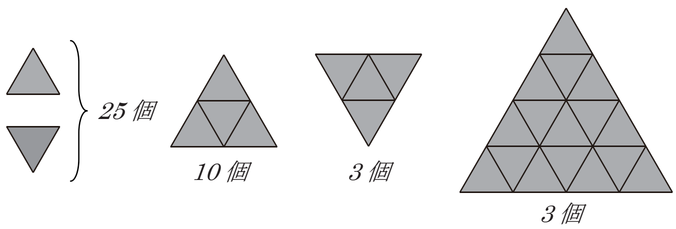
4

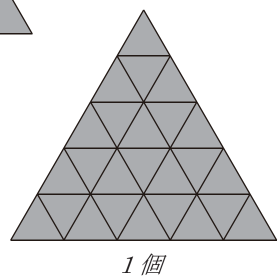
正三角形 ABC の 3 つの辺をそれぞれ 5 等分する点をとり，それらを正三角形 ABC の辺に平行な線で結んで，右の図のような図形を作ります。この図形の中に現れる正三角形は，正三角形 ABC を含(ふく)めて全部で ☐ 個あります。



全部で 5 種類の大きさのちがう正三角形があります。上下逆向きに注意して数えると，個数はそれぞれ次の通りです。







全部あわせると 48 個ありります。

5

14141 のように，0 から 9 までの 10 個の数字から異なる 2 つの数字を選び，交互(こうご)に並(なら)べて 5 けたの整数を作ります。このような整数のうち，3 の倍数は全部で ① 個あり，12 の倍数は全部で ② 個あります。ただし，01010 のように，先頭の数字が 0 であるものは考えません。

① ここでは，異なる 2 つの数字が交互に並ぶ 5 けたの整数を「ABABA」とします。3 の倍数の性質（各位の数の和が 3 の倍数になる）を利用して考えます。

　A＋B＋A＋B＋A ＝（3 の倍数）

→ $\underbrace{\boxed{A\times3}}_{3の倍数}+B\times2=$（3 の倍数）

→ B×2＝（3 の倍数）だとわかります。

→ A＝1，2，3，…，8，9
　B＝0，3，6，9 のいずれか　…（※）

〈B＝0 のとき〉 A＝1 ～ 9 の 9 通り

〈B＝3，6，9 のとき〉
　A はそれぞれ 8 通りずつ

全部で 9＋8×3＝33 通りあります。

② 12 の倍数は，3 の倍数と 4 の倍数の性質（下 2 けたが 4 の倍数になる）を満たします。つまり，①で求めた 33 通りの数の中から 4 の倍数を探すとよいでしょう。

A，B が①の（※）の範囲になるように 2 けたの 4 の倍数 AB を書き出すと，

　04，08，32，36，64，68，92，96

の 8 通りあるので，ABABA も 8 通りです。

6

10 枚のカードが横一列に並んでいます。カードには 1 枚につき 1 つの数が書かれていて，次の規則（ア），（イ）をみたしています。

（ア）左端（はし）のカードには 1 が，左から 2 枚目のカードには 3 が書かれています。

（イ）左から 3 枚目以降のカードには，そのカードより左にあるカードに書かれているすべての数の積に 2 を加えた数が書かれています。

たとえば，左から 3 枚目のカードには，$1\times3+2=5$ なので，5 が書かれています。左から 4 枚目のカードには，$1\times3\times5+2=17$ なので，17 が書かれています。

このとき，右端のカードに書かれている数から 1 を引いた数は，2 で ☐ 回まで割り切ることができます。

順番に書き出していくと，すぐ規則を発見できます。左から 6 枚目までのカードの様子を見ると，2 で割れる回数は 2 倍ずつふえているので，左から 7 枚目は 32 回，8 枚目は 64 回，9 枚目は 128 回，そして 10 枚目（右端）は 256 回割れます。

	左端						
	1	3	5	17	257	65537	……
1 引いた数→		2	4	16	256	65536	……
2 で割れる回数→		1 回	2 回	4 回	8 回	16 回	……
		×2	×2	×2	×2	×2	

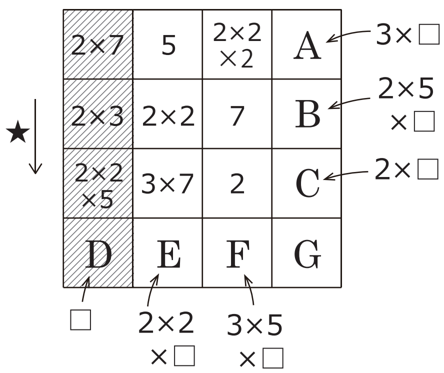
7

右の図の，A, B, C, D, E, F, G のそれぞれに 1 以上の整数を記入して，どの縦の列の 4 つの数の積も，どの横の列の 4 つの数の積もすべて等しくなるようにします。このとき，G にあてはまる整数として考えられるものは，小さい方から順に ① ☐，② ☐ です。

14	5	8	A
6	4	7	B
20	21	2	C
D	E	F	G

表の中に 9 つの数を素数のかけ算に分解（素因数分解）して考えてみましょう。特に★の列に注目すると，少なくともどの列にも 2 が 4 個，3，5，7 がそれぞれ 1 個ずつあることがわかります。

1 列の積を $2\times2\times2\times2\times3\times5\times7\times☐$ とすると，A ～ F は右のようになります。



＜☐＝1 のとき＞ $G=2\times2\times7=28$ です。

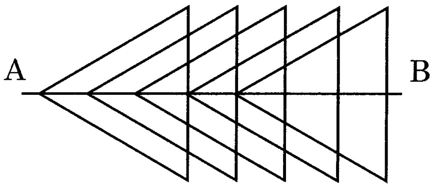
＜☐＝2 のとき＞ 1 列の積が $2\times2\times2\times2\times2\times5\times7$ なので，G＝7 になります。

（☐＝3，4，…のときはあてはまりません。）

よって，G にあてはまる整数は小さい順に 7，28 だとわかります。

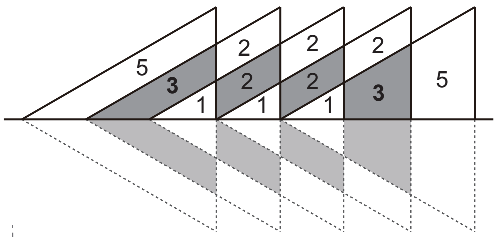
$\boxed{8}$

面積が 1 cm² の正三角形の高さの $\frac{1}{3}$ 倍を x cm とします。この正三角形何枚かを，直線 AB に関して対称になるように x cm ずつずらして次々に右に並べていきます。右の図は正三角形を 5 枚並べたときの図です。これら 5 枚の正三角形のうち，ちょうど 2 枚だけが重なった部分の面積の合計は $\boxed{①\quad}$ cm² です。また，正三角形を $\boxed{②\quad}$ 枚並べたとき，それらのうちちょうど 2 枚だけが重なった部分の面積の合計は 10 cm² です。



直線 AB を軸に上下対称なので，上半分のみに注目して考えるとわかりやすくなるでしょう。色のついた部分がちょうど 2 枚だけ重なった部分で，それぞれの部分の面積比を書き込みます。

（5 枚並べたとき）



① 右上の図を参考にします。

（正三角形 1 つ分）:（色つき部分）

$=(1+3+5):(3+2+2+3)$

$=9:10$ です。正三角形の面積は 1 cm² なので，答えは $\frac{10}{9}=1\frac{1}{9}$ cm² です。

② 同様に比で考えます。

（正三角形 1 つ分）:（色つき部分）

$=1$ cm² : 10 cm² $=9:90$ で，

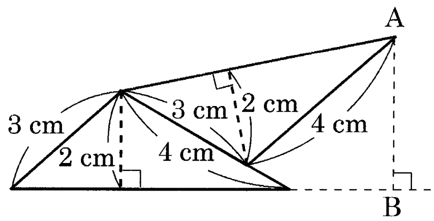
$90=3+2+2+\cdots\cdots+2+3$

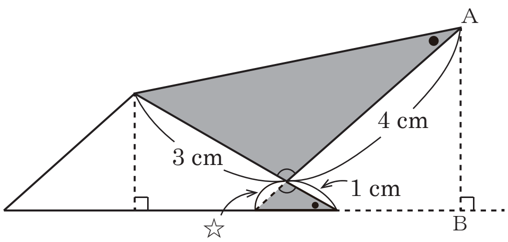
$=3+2\times42+3$ になります。

正三角形の枚数は $42+3=45$ 枚です。

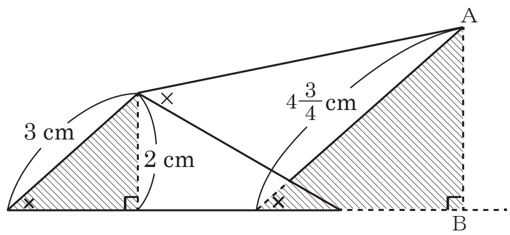
$\boxed{9}$

合同な 2 つの三角形を右の図のように置きます。このとき，AB の長さは $\boxed{\quad}$ cm です。





まず，上の図の 2 つの三角形は 2 つの角度が等しいことから相似な関係なので，☆の長さは $3\times\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ cm になります。

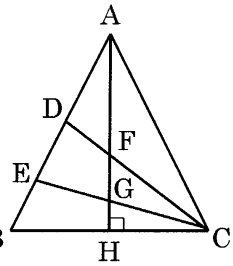


次に，斜線部分の直角三角形の相似に注目しましょう。AB の長さは $4\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$ $=3\frac{1}{6}$ cm になります。

今年の灘中を代表する良問だと思います。

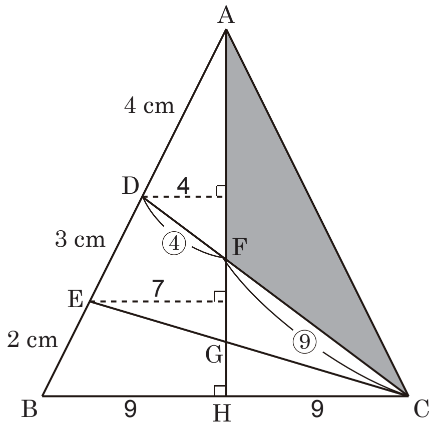
$\boxed{10}$

右の図の三角形 ABC は AB の長さと AC の長さが等しい二等辺三角形です。また，AH と BC は垂直で，AD の長さは 4 cm，DE の長さは 3 cm，EB の長さは 2 cm，AH の長さは 8 cm です。このとき，三角形 AFC の面積は三角形 ABC の面積の $\boxed{①\quad}$ 倍です。また，FG の長さは $\boxed{②\quad}$ cm です。



① アプローチ方法が色々ある問題なので，その 1 例だけを紹介します。
点 D, E から BH と平行な補助線を入ると，上から順に 4 : 7 : 9 になります。
DF : FC＝4 : 9 になるので，三角形 ADF と三角形 AFC の面積比も 4 : 9 です。これより，三角形 AFC の面積は全体の

$\frac{4}{2+3+4}\times\frac{9}{4+9}=\frac{4}{13}$倍だとわかります。



② AD : DE＝4 : 3 なので，三角形 AFC と三角形 EFC の面積比も 4 : 3 です。
つまり，三角形 EFC の面積は全体の$\frac{3}{13}$
だとわかります。

（三角形 ABC）＝AH×（9＋9）×$\frac{1}{2}$

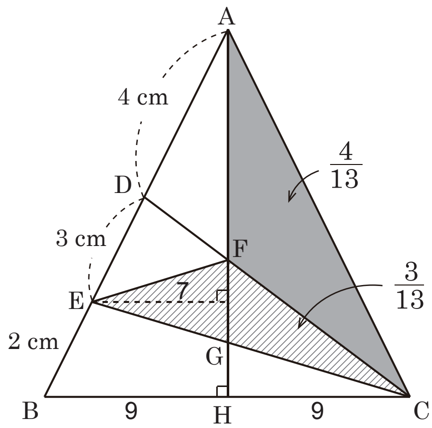
（三角形 EFC）＝FG×（7＋9）×$\frac{1}{2}$

がいえるので，

AH : FG＝（1÷18）:（$\frac{3}{13}$÷16）＝104 : 27

になります。よって，AH＝8 cm なので，

FG＝8×$\frac{27}{104}$＝$2\frac{1}{13}$cm です。



$\boxed{11}$

右の図１で，AB の長さは４cm で，点 P は AB を直径とする円の周上にあります。AP のまん中の点を M とします。ただし，点 A と点 P が重なったときには点 M は点 A であると考えます。P が点 B から時計の針と逆方向に円周上を１周するとき，M が動いてできる線の長さは $\boxed{①\quad}$ cm です。

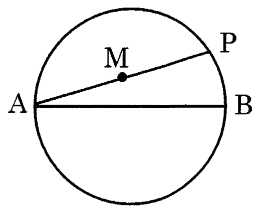


図1

右の図２で，AB の長さは４cm で，点 P は AB を直径とする円の周上を自由に動き，点 Q は直径 AB 上を自由に動きます。また，PQ のまん中の点を N とします。ただし，点 P と点 Q が重なったときには点 N は点 P であると考えます。N が動くことのできる範囲（はんい）の面積は $\boxed{②\quad}$ cm² です。

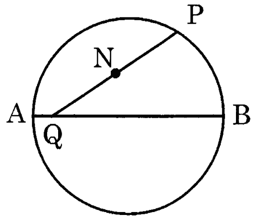
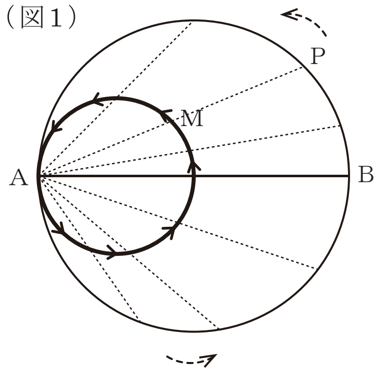


図2

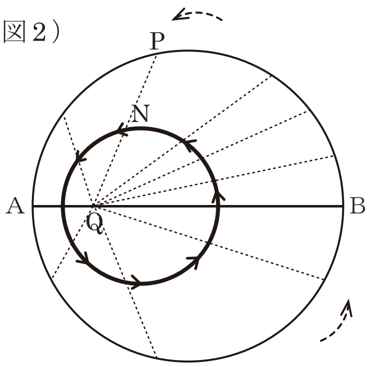
① （図 1）のように，点Mは半径 1 cm の円周をえがくように動きます。
線の長さは 2×3.14＝6.28 cm です。

（図１）

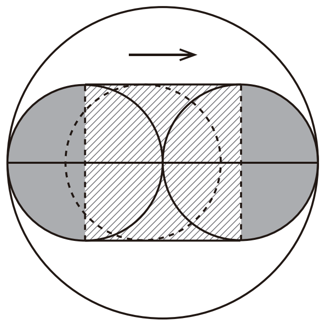


② 点 Q がどの位置にあっても，①と同様に（図 2）のように，点 N は円をえがくように動きます。
点 Q の位置をずらすと，半径 1 cm の円が直径 AB 上を移動するので，通過部分は（図 3）のようになります。
面積は（円）＋（正方形）＝1×1×3.14＋2×2＝7.14 cm² です。

（図２）



（図３）



$\boxed{12}$

　一辺の長さが 5 cm の立方体の積み木を何個か積んで立体を作りました。この立体は，前から見ても左から見ても図１のように見え，真上から見ると図２のように見えました。この立体に使われた積み木の個数は最も少なくて ［①　　］ 個，最も多くて ［②　　］ 個です。

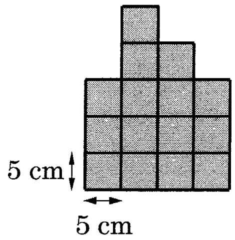


図1

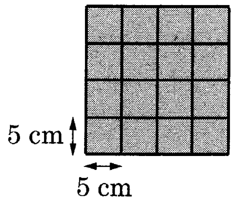


図2

真上から見た図に積み木の個数を書き込んで考えましょう。対角線上には「3，5，4，3」が並びます。
合計個数は最も少なくて 27 個，最も多くて 53 個です。

（最も少なくて）

3→	3	1	1	1
5→	1	5	1	1
4→	1	1	4	1
3→	1	1	1	3
	↑3	↑5	↑4	↑3

（最も多くて）

3→	3	3	3	3
5→	3	5	4	3
4→	3	4	4	3
3→	3	3	3	3
	↑3	↑5	↑4	↑3

$\boxed{13}$

　図１，図２の展開図を組み立ててできる立体をそれぞれ A, B とします。立体 A, B はどの辺の長さも 10cm です。立体 A の体積は立体 B の体積の ［　　］ 倍です。

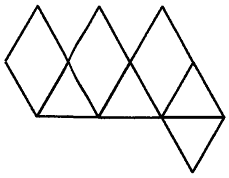


図1

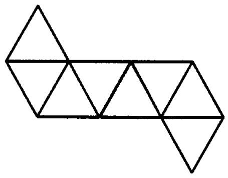


図2

右の図のように，組み立てた立体は正四面体の内部にぴったり入れることができます。
立体 A，立体 B の体積比は
$(2\times2\times2-3):(2\times2\times2-2)$
$=5:4$ なので，立体 A は立体 B の $\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$ 倍です。