2012 年度 中学校入試問題 解説（算数）　兵庫県神戸市 灘中学校（2日目）

1

濃度が a %の食塩水Aが入っているビーカーに，食塩水Bを加えてよくかきまぜると，濃度が c %の食塩水Cができました。このとき，食塩水Cは食塩水Aに比べて，全体の重さが 8 %増え，含まれている食塩の重さが 20 %増えました。また，濃度については $c=a+0.5$ となりました。

(1) 食塩水Bの濃度は食塩水Aの濃度の何倍ですか。

(2) 食塩水Bの濃度は何%ですか。

(1) 食塩水A，食塩水Cについて，

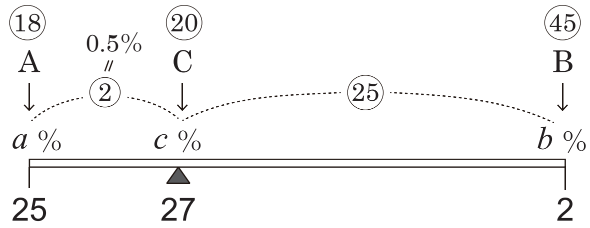
$100:(100+8)=25:27$ …〈全体の比〉

$100:(100+20)=5:6$ …〈食塩の比〉

→ $\frac{5}{25}:\frac{6}{27}=9:10$ …〈濃度の比〉 になります。

AとCの濃度の差を②とすると，右のてんびん図のようにまとめることができます。

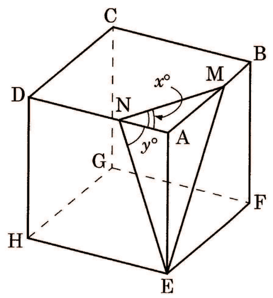
Aの濃度は⑱，Bの濃度は⑳＋㉕＝㊺ とあらわせるので，BはAの $\frac{5}{2}$ ＝2.5 倍です。



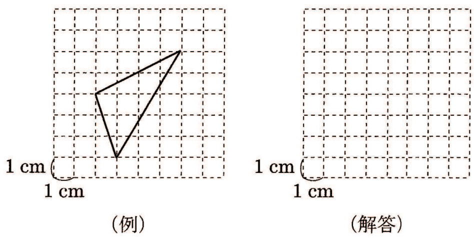
(2) ②＝0.5%なので，Bの濃度は㊺＝11.25%です。

2

右の図は，一辺の長さが 3 cm の立方体で，AM の長さは 2cm，AN の長さは 1 cm です。4つの点 A, E, M, N を頂点とする三角すいを K とします。



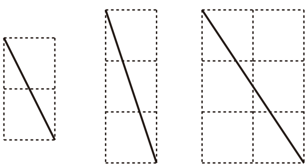
(1) 三角形 EMN と合同な三角形を 1 つ，（例）のように（解答）に書き入れなさい。



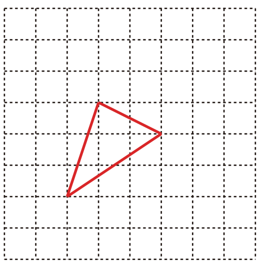
(2) 三角すい K について，三角形 EMN を底面としたときの高さを求めなさい。

(3) 図のように，三角形 ANM の角 N の大きさを $x°$，三角形 ANE の角 N の大きさを $y°$ とします。このとき，$x°+y°$ は何度ですか。

(1) 下の図の 3 種類の直線を引いて，三角形 EMN を作図しましょう。



（解答例）



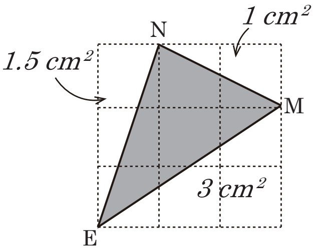
(2) 三角形 EMN の面積は

$9-(1+1.5+3)=3.5$ cm²，

三角すい K の体積は

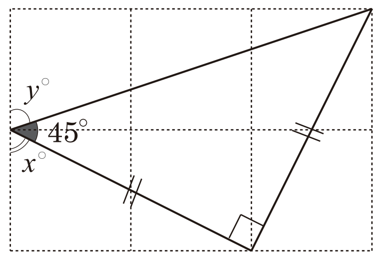
$1\times2\times\frac{1}{2}\times3\times\frac{1}{3}=1$ cm³

なので，



$3.5\times$（高さ）$\times\frac{1}{3}=1$ →（高さ）＝ $\frac{6}{7}$ cm です。

(3) 下の図のように，「1 cm，2 cm の直角三角形」と「1 cm，3 cm の直角三角形」を組み合わせると直角二等辺三角形ができます。$x°+y°$ は 180－45＝135 度です。



3

あるタンクには注水用のホースＡが何本かと，排水用のホースＢが何本か備え付けられています。ホースＡの１分ごとの注水量は一定です。また，ホースＢの１分ごとの排水量は，タンクの水量が満水時の半分になるまでは一定で，タンクの水量が満水時の半分以下になると，１分ごとの排水量はタンクの水量が満水時の半分になるまでの $\frac{3}{4}$ 倍になります。

まず，満水のタンクで，注水用のホースＡを２本と排水用のホースＢを３本使って，注水と排水を同時に行うと，ちょうど２時間でタンクは空になりました。次に，タンクを満水にしてから，注水用のホースＡを８本と排水用のホースＢを６本使って，注水と排水を同時に行うと，先ほどより早くタンクは空になりましたが，タンクの水量が満水時の半分になってから空になるまでの時間は，どちらの場合も同じでした。

(1) タンクの水量が満水時の半分になってから空になるまでの時間は何分でしたか。

(2) 注水用のホースＡを８本と排水用のホースＢを６本使って注水と排水を同時に行ったとき，満水時からタンクが空になるまでの時間は何分でしたか。

(1) １分間あたりについて，ホースＡ１本の注水量を $\boxed{A}$

ホースＢ１本の排水量を $\boxed{B}$（前半），$\boxed{B'}$（後半）とします。

まず，問題文の条件から $\boxed{B}$: $\boxed{B'}$ ＝4 : 3 がいえます。

半分から空までの減少量をまとめると，

$\boxed{B'}\times3-\boxed{A}\times2$ … **ア**（Ａ２本とＢ３本）

$\boxed{B'}\times6-\boxed{A}\times8$ … **イ**（Ａ８本とＢ６本）

が成り立ち，**ア**と**イ**が等しいので，差に注目すると

$\boxed{B'}\times3=\boxed{A}\times6$ → $\boxed{A}$: $\boxed{B'}$ ＝1 : 2 がわかります。これより，比をそろえると下の表のようになります。

	ホースＡ	ホースＢ
前半	$\boxed{A}=3$	$\boxed{B}=8$
後半	$\boxed{A}=3$	$\boxed{B'}=6$

Ａ２本とＢ３本のとき，１分間あたりの減少量は

前半が **8**×3－**3**×2＝**18**，後半が **6**×3－**3**×2＝**12** で，

かかる時間は $\frac{(半分)}{18}$: $\frac{(半分)}{12}$ ＝2 : 3 になります。よって，

半分から空になるまでの時間は $120\times\frac{3}{5}$ ＝72 分です。

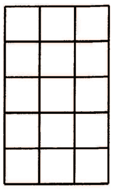
(2) 半分の量は **12**×72＝**864** です。

Ａ８本とＢ６本のとき，１分間あたりの減少量は

前半が **8**×6－**3**×8＝**24**，後半が **6**×6－**3**×8＝**12** になるので，かかる時間の合計は $\frac{864}{24}+\frac{864}{12}$ ＝108 分です。

4

(1) 一辺の長さが 1 cm の正方形の形をしたタイルをすきまなく並べて長方形を作り，この長方形の一つの対角線に沿ってタイルを切ったとき，切られたタイルの個数を数えます。



① タイル 15 個をたて 5 cm，横 3 cm の長方形に並べたとき，

切られたタイルは ［　　］ 個です。

② タイル 5184 個をたて 81 cm，横 64 cm の長方形に並べたとき，切られたタイルは何個ですか。

③ タイル 11664 個をたて 144 cm，横 81 cm の長方形に並べたとき，切られたタイルは何個ですか。

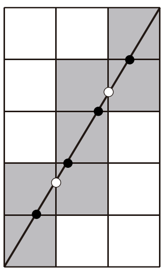
(2) 一辺の長さが 1 cm の立方体の形をした透明なブロックを，すきまなく並べて直方体を作ります。この直方体の１つの頂点から，残り７つの頂点の中で最も遠い頂点に向かって光線を発射します。光線はまっすぐ進み，ブロックによって反射したり方向が変化したりすることはありません。この光線が貫いているブロックの個数を数えます。ただし，光線がブロックの頂点のみを通っている場合や辺のみを通っている場合には，光線がブロックを貫いているとは考えません。

ブロック 202500 個をたて 75 cm，横 90 cm，高さ 30 cm の直方体に並べたとき，貫かれたブロックは何個ですか。

(1)① （●の数）＋（○の数）＋1 の計算で切られたタイルの個数が求まります。

（たてと横が互いに素で あるとき）

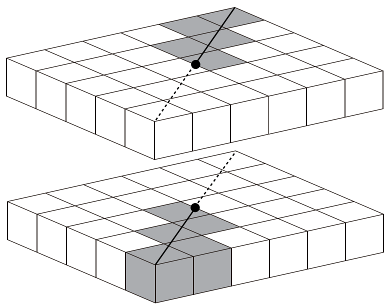
→（5－1）＋（3－1）＋1＝7 個



② （81－1）＋（64－1）＋1＝144 個

③ 144÷9＝16，144÷9＝9 なので，たてが 16 cm，横が 9 cm の長方形で考えます。（16－1）＋（9－1）＋1＝24 なので，全部で 24×9＝216 個です。

(2) たて 75÷15＝5 cm，横 90÷15＝6 cm，高さ 30÷15＝2 cm の直方体が 15 セットあるとして考えます。



その直方体を上下２段に分けると，１段あたりで５個のブロックを貫通することになります。よって，全部で 5×2×15＝150 個

です。慌てて ｛（5－1）＋（6－1）＋（2－1）＋1｝×15＝…

としないように注意しましょう。

5

　図１のように，街路で同じ大きさの正方形に区画された街があります。兄は地点Ａを出発し，街路に沿って最短距離で一定の速さで地点Ｂに向かいます。また，兄が出発すると同時に，弟は地点Ｂを出発し，街路に沿って最短距離で兄と同じ速さで地点Ａに向かいます。

　図２のように，兄と弟が２人とも交差点にいて，それらの交差点をまっすぐに結ぶ街路があるとき「兄から弟が見える」ということにします。図３のように，兄と弟が同じ交差点にいるときも，「兄から弟が見える」ということにします。

　次の問いでは，街路の幅は無視して考えます。

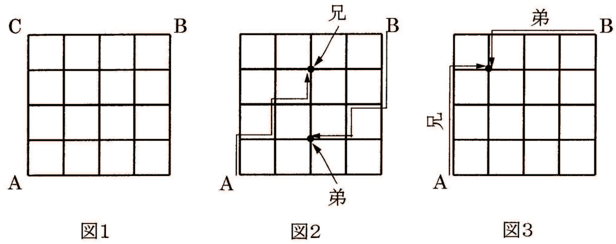
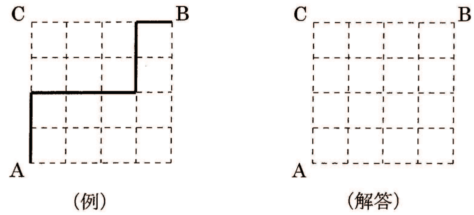


図1　図2　図3

(1) 兄が地点Ａから地点Ｂに行く方法は全部で ＿＿ 通りあります。

(2) 弟が図１の地点Ｃを通ることを兄は知っているとします。

① 兄から弟が見えることが一度もないまま，兄が地点Ａから地点Ｂに行く方法を１つ，（例）のように（解答）に書き入れなさい。



（例）　（解答）

② 兄から弟が見えることが一度もないまま，兄が地点Ａから地点Ｂに行く方法は全部で何通りありますか。

(3) 弟が図４の太線で示した街路を通ることを兄は知っているとします。兄から弟が最低１度は見えるように，兄が地点Ａから地点Ｂに行く方法は全部で何通りありますか。

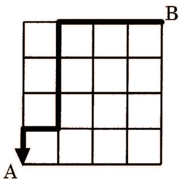
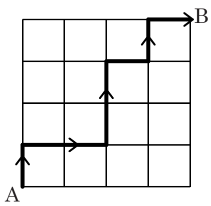
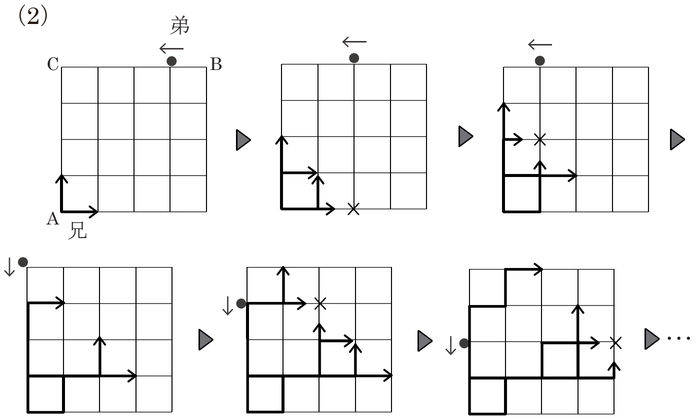


図4

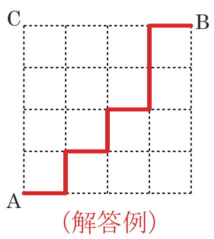
(1)「→→→→↑↑↑↑」を並べると最短経路になり，例えば，「→→↑↑→↑→」だと経路は右の図のようになります。ＡからＢに行く方法は全部で $_8C_4=\dfrac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}$ ＝70 通りあります。



(2)

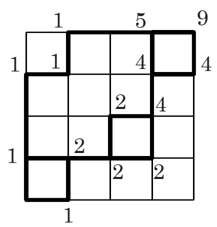


① 弟がB→C→Aと移動するとき，兄は上のように順に動きます。

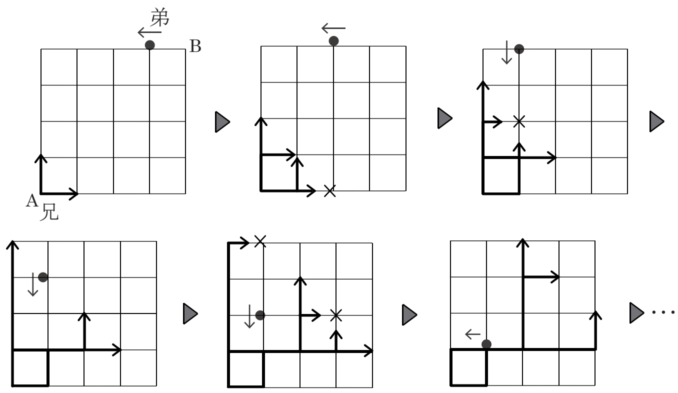


（解答例）

② 各交差点ごとへの行き方の数を書き込むと，Ｂに行く方法は 9 通り になります。



(3) 一度も見えることがないまま行く方法を考えます。



右の図のように，一度も見えない行き方は８通りあります。(1)の結果を利用すると，答え（最低一度は見える行き方）は 70－8＝62 通り です。