$\boxed{1}$

A 君と B 君は P 地点を同時に出発し，P 地点から 42 km 離れた Q 地点に向かいました。A 君は一定の速さで進みました。また，B 君は P 地点から 28 km 離れた M 地点まで一定の速さで進んだのち 20 分休み，M 地点から先はそれまでの $\frac{1}{3}$ 倍の速さで進みました。B 君が M 地点を出発して 1 時間 21 分後，A 君は B 君を追い抜き，その後 A 君は B 君より 20 分早く Q 地点に着きました。

(1) B 君が M 地点に着いたとき，A 君は B 君の後方何 km の地点にいましたか。

(2) A 君は P 地点を出発して何時間何分後に Q 地点に着きましたか。

(1) B 君は M 地点で 20 分休むと A 君よりも 20 分遅れて Q 地点に着きます。つまり，B 君が休まずに進むと A 君と同時に着きます。

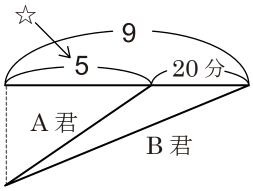
PM : MQ＝2 : 1 なので，PM 間を⑥，MQ 間を③とすると，B 君についての比は表の通りです。

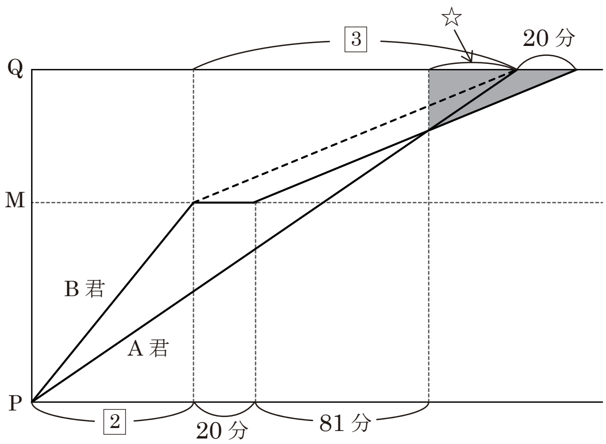
	(28 km) P～M	(14 km) M～Q
距離	⑥	③
速さ	③	①
時間	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$

A 君の速さは(⑥＋③)÷($\boxed{2}$＋$\boxed{3}$)＝1.8 なので，PM 間での A 君と B 君の速さの比は 1.8 : 3＝3 : 5 です。

B 君が M までの 28 km を進んだとき，A 君は 28×$\frac{2}{5}$＝11.2 km 後方にいます。

(2) MQ 間では A 君と B 君の速さの比が 1.8 : 1＝9 : 5，時間比は 5 : 9 で，☆＝20×$\frac{5}{4}$＝25 分です。





ダイヤグラムの点線は B 君が休まずに進んだときを表し，$\boxed{3}$＝20＋81＋25＝126 分がわかります。

よって，A 君がかかった時間は $\boxed{5}$＝126×$\frac{5}{3}$＝210 分

→ 3 時間 30 分後です。

$\boxed{2}$

2013 は 4 個の連続する数字 0, 1, 2, 3 を並べ替えてできる数です。また，4213 も 4 個の連続する数字 1, 2, 3, 4 を並べ替えてできる数です。このように，4 個の連続する数字を並べ替えてできる 4 桁の数について考えます。

(1) 3 で割り切れるものは全部で何個ありますか。

(2) 千の位，百の位，十の位の数を左から順に並べてできる 3 桁の数を 3 で割ったときの余りと，一の位の数を 3 で割ったときの余りが等しいものは全部で何個ありますか。

(1) 3 の倍数は各位の和が 3 の倍数になります。

和が 3 の倍数の連続する 4 個の数字の組み合わせは

「0 1 2 3」… 並べ替えると 3×3×2×1＝18 通り
「3 4 5 6」… 並べ替えると 4×3×2×1＝24 通り
「6 7 8 9」… 同じく 24 通り

全部で 18＋24＋24＝66 個あります。

(2) 4 桁の数を ABCD とします。3 で割ったときの余りについて，次の 3 パターンに分けることができます。

3で割った余り	ABC	D	ABCD	
	0	0	0	… ア
	1	1	2	… イ
	2	2	1	… ウ

並べ替える 4 個の数字の組み合わせは次の 7 通りで，4 個の数の和は**ア～ウ**のいずれかにあてはまります。

「0 1 2 3」… 和が 6 なので**ア**(余り 0)→ D＝0，3 ★
「1 2 3 4」… 和が 10 なので**ウ**(余り 1)→ D＝2
「2 3 4 5」… 和が 14 なので**イ**(余り 2)→ D＝4
「3 4 5 6」… 和が 18 なので**ア** → D＝3，6
「4 5 6 7」… 和が 22 なので**ウ** → D＝5
「5 6 7 8」… 和が 26 なので**イ** → D＝7
「6 7 8 9」… 和が 30 なので**ア** → D＝6，9

D が決定すると，ABC の並べ方は 3×2×1＝6 通りずつあります。ただし，★(D＝3)のとき，ABC に「0」を含むので，並べ方が 4 通りになることには注意しましょう。

答えは全部で 6×9＋4＝58 個です。

3

図１の四角形 ABCD と図２の四角形 PQRS はともに長方形です。これらの長方形の内部は，図のようにいくつかの正方形だけですき間なく敷きつめることができます。ただし，図は必ずしも正確とは限りません。

(1) AB の長さと AD の長さの比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2) PQ の長さと PS の長さの比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

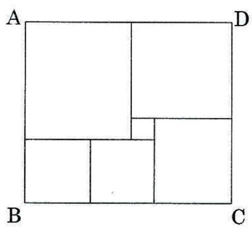


図1

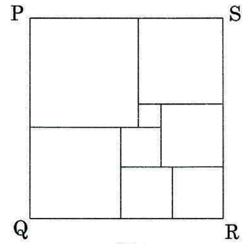
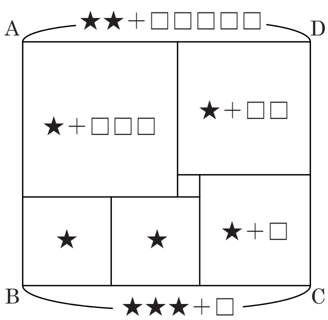
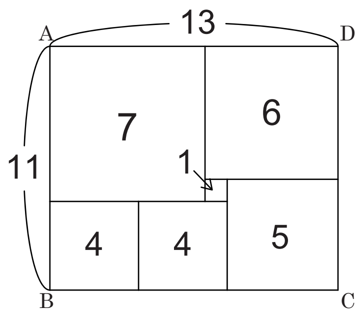
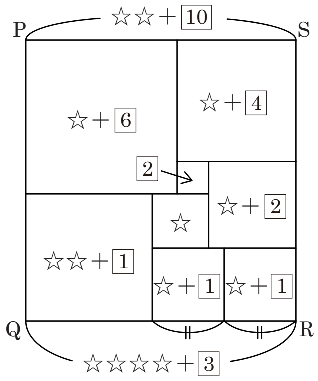


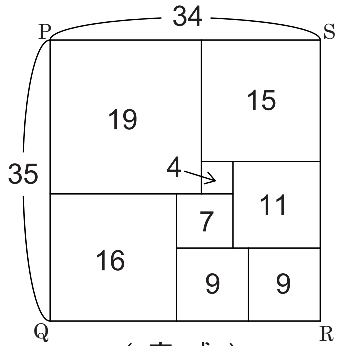
図2





（ 完 成 ）





（ 完 成 ）

(1) 正方形の中の数や記号は「一辺の長さ」を表し，最小の正方形の一辺の長さを□，2 番目を★とします。
AD と BC の長さが等しいことに注目すると，

★★＋□□□□□□＝★★★＋□　が成立します。

左右から「★★＋□」を取りのぞくと，★＝□□□□になります。□＝1，★＝4 とすると，AB : AD＝11 : 13 です。

(2) の一辺を表すときに 2 等分するので，最小の正方形を $\boxed{2}$ とします。(1) と同じく，PS＝QR に注目して

☆☆＋ $\boxed{10}$ ＝☆☆☆☆＋ $\boxed{3}$ 　が成立します。

左右から「☆☆＋ $\boxed{3}$ 」を取りのぞき，☆☆＝ $\boxed{7}$ なので，☆＝7，　$\boxed{1}$ ＝2 とおくとよいでしょう。
（ 完 成 ）より，PQ : PS＝35 : 34 です。

4

(1) 図１において，AB，AC の長さをそれぞれ求めなさい。

(2) 図２のように，長方形 DEFG の内部に，D が中心で DE を半径とする円の一部と，EF を直径とする半円があります。これらは点 H で交わっています。

① EH の長さを求めなさい。

② 四角形 EFGH の面積を求めなさい。

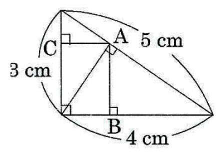


図1

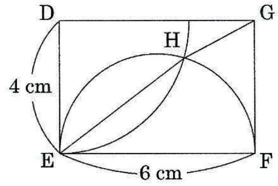


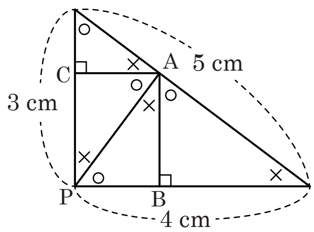
図2

(1)「3 : 4 : 5」の直角三角形がいくつもあります。

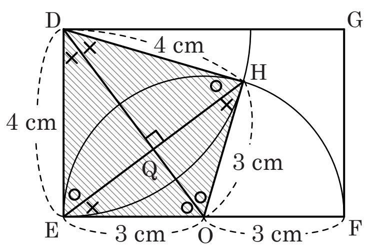
AP＝3× $\frac{4}{5}$ ＝2.4 cm なので，

AB＝2.4× $\frac{4}{5}$ ＝1.92 cm，

AC＝2.4× $\frac{3}{5}$ ＝1.44 cm です。



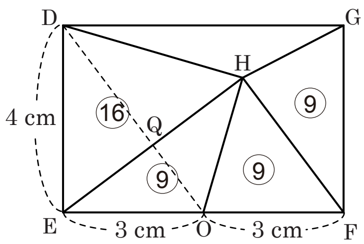
(2)① 半円の中心 O をむすぶ補助線を引きましょう。三角形 DEO，三角形 DHO は (1) の直角三角形と同じです。



EQ＝2.4 cm なので，EH＝2.4×2＝4.8 cm です。

(2)② DQ＝4× $\frac{4}{5}$ ＝3.2 cm，QO＝3× $\frac{3}{5}$ ＝1.8 cm なので，
DQ : QO＝3.2 : 1.8＝16 : 9 です。
→（三角形 DEH）:（三角形 HEO）＝16 : 9 です。
四角形 DEOH の面積は ㉕＝3×4÷2×2＝12 cm² で，長方形 DEFG の半分です。三角形 DEH と三角形 GHF の和も全体の半分なので，三角形 GHF は ㉕－⑯＝⑨です。四角形 EFGH は ㉗ と表せるので，面積は

12× $\frac{27}{25}$ ＝12.96 cm² です。



5

辺の長さが 1 cm, 2 cm, 3 cm の直方体の形をした，中身の詰まったブロック 36 個を右の図 1 のように積み重ねて，1 辺の長さが 6 cm の立方体を作りました。

(1) この立方体を頂点 A, B, C を通る平面で切り，D を含む側の立体を残します。このとき，切り口にあるブロックのつなぎ目を図 2 にかき込みなさい。

(2) 図 2 の立体を，さらに D, B, E を通る平面で切り，C を含む側の立体を残します。このとき，切り口にあるブロックのつなぎ目を図 3 にかき込みなさい。

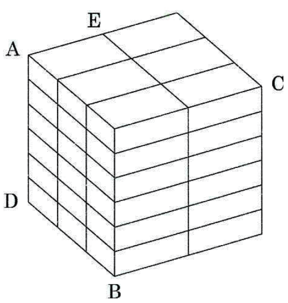


図1

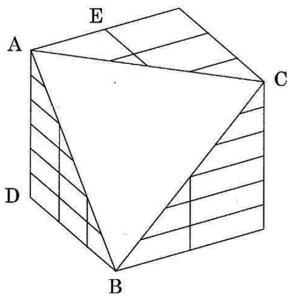


図2

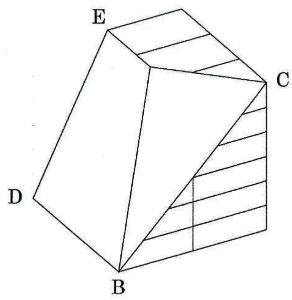
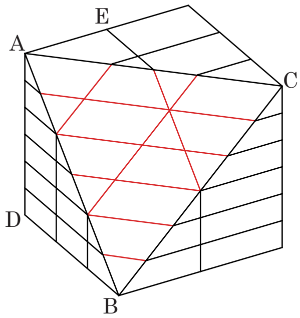


図3

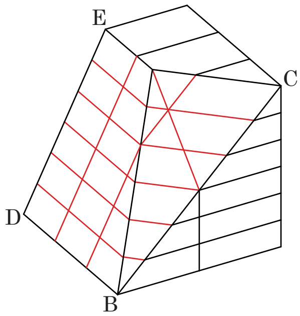
(3) 図 3 の立体は □ 個のブロックでできています。そのうち，もとの直方体の形をしたブロックは全部で □ 個あります。

(4) 図 3 の立体に含まれるブロックのうち，体積が最も小さいものを考えます。そのブロックの体積を求めなさい。

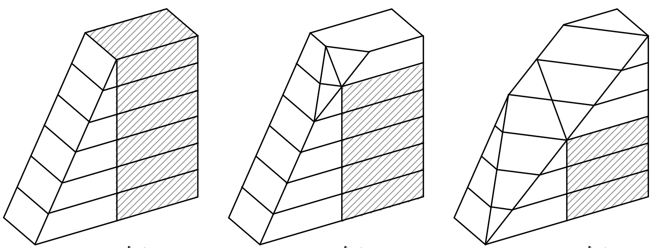
(1)　（解答例）



(2)　（解答例）

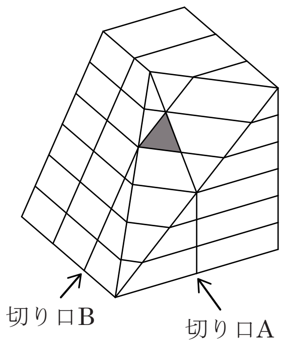


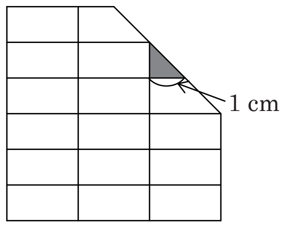
(3) 下の図のように，3 列に分けて調べてみましょう。
全部で 12＋12＋11＝35 個のブロックがあり，そのうち直方体の形（斜線部分）は 6＋5＋3＝14 個あります。



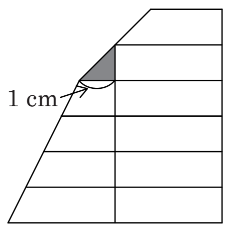
12 個　　12 個　　11 個

(4) 色々な形のものがありますが，体積を求めるときに「$\times\frac{1}{2}$」「$\times\frac{1}{3}$」をすることから，最小のブロックは三角すいだと予想できます。
色のついたブロックが唯一の三角すいで，高さは 1 cm です。また，切り口 A，切り口 B は下図のようになります。ブロックの体積は
$1\times1\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\,\text{cm}^3$
です。





（切り口A）



（切り口B）