$\boxed{1}$　$\left(26-72\div\boxed{}\right)\times\frac{7}{15}+\frac{10}{33}=12$

→ $(26-72\div\square)\times\frac{7}{15}=12-\frac{10}{33}=\frac{386}{33}$

→ $26-72\div\square=\frac{386}{33}\div\frac{7}{15}=\frac{1930}{77}=25\frac{5}{77}$ → $72\div\square=26-25\frac{5}{77}=\frac{72}{77}$ → $\square=$<u>77</u>

$\boxed{2}$

5 つの異なる偶数があります。この 5 つの数の平均は 61.6，最も大きいものを除いた 4 つの数の平均は 60.5，最も小さいものを除いた 4 つの数の平均は 63 です。この 5 つの偶数の中で 2 番目に小さいものは $\boxed{}$ です。

5 つの偶数を小さい順に A，B，C，D，E とすると，

$A+B+C+D+E=61.6\times5=308$

$A+B+C+D\quad=60.5\times4=242$

$\quad B+C+D+E=63\times4=252$　です。

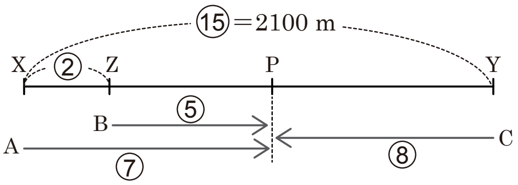
差に注目すると，A＝308－252＝56(**最小**)，E＝308－242＝66(**最大**)になります。
56 ～ 66 までの 6 つの偶数の和は 56＋58＋60＋62＋64＋66＝366 で，A ～ E の和は 308 なので，欠けている偶数が 366－308＝58 だとわかります。よって，5 つの偶数は小さい順に 56，60，62，64，66 → 2 番目に小さいものは <u>60</u> です。

$\boxed{3}$

地点 X と地点 Y を結ぶ，長さが 2100m のまっすぐな道があります。A 君は地点 X を出発して毎分 140m の速さで地点 Y に向かいます。B 君は地点 X と地点 Y の間にある地点 Z を出発して毎分 100m の速さで地点 Y に向かいます。C 君は地点 Y を出発して毎分 160m の速さで地点 X に向かいます。D 君は地点 Y を出発して毎分 180m の速さで地点 X に向かいます。4 人が同時に出発したところ，A 君，B 君，C 君の 3 人は地点 P で同時に出会いました。このとき，地点 X と地点 Z は $\boxed{①}$ m 離（はな）れています。また，A 君と D 君が出会った地点 Q と，B 君と D 君が出会った地点 R は $\boxed{②}$ m 離れています。

A, B, C, D の速さの比は 7 : 5 : 8 : 9 です。

① 同時に出発し，A, B, C の 3 人は P 地点で出会います。⑮＝2100 m なので，XZ間は ②＝$2100\times\frac{2}{15}=$<u>280 m</u> です。



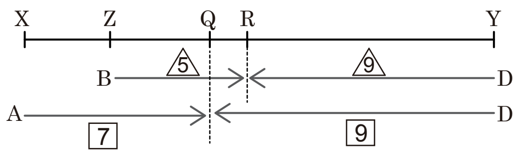
また，ZY間は 2100－280＝1820 m です。

② A と D は Q 地点で出会うので，

$\boxed{16}=2100$ m→$\boxed{7}=2100\times\frac{7}{16}=918.75$ m …XQ間

B と D は R 地点で出会うので，

△14＝1820 m→△9＝$1820\times\frac{9}{14}=1170$ m…RY間



よって，QR間は

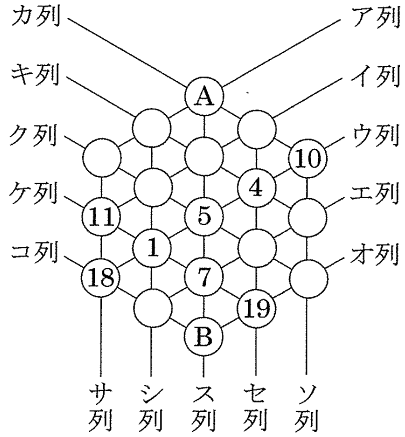
2100－(918.75＋1170)＝<u>11.25 m</u> です。

4

右の図で，19 個の○に 1 から 19 までの整数をひとつずつ入れて，ア列からソ列までのそれぞれについて，直線上に並んだ整数全部の和が列ごとにすべて 38 になるようにします。例えば，ケ列では

11＋1＋7＋19＝38

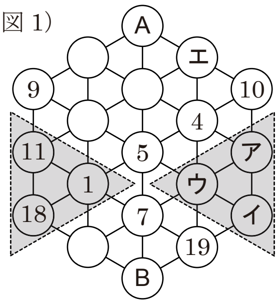
です。右の図に続けて整数を入れるとき，A に入る整数は ① ，B に入る整数は ② です。



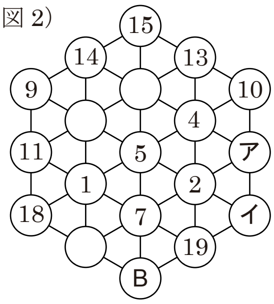
ソ列より**ア**＋**イ**＝38－10＝28 です。
ケ列＋コ列＝エ列＋オ列に注目すると，
(図 1)の ▷◁ の和は等しくなります。
ア＋**イ**＋**ウ**＝1＋11＋18＝30 なので，
ウ＝30－28＝2→**エ**＝38－(4＋2＋19)＝13
→ A＝38－(13＋10)＝15 です。

ここまでで(図 2)のように確定でき，残っている数は 3, 6, 8, 12, 16, 17 の 6 つです。
ア＋**イ**＝28 なので，残っている数から
12 と 16 の組み合わせが考えられます。
ア＝12，**イ**＝16 のとき，どの列も 38 になるので，B に入る数は 3 です。(完成図)

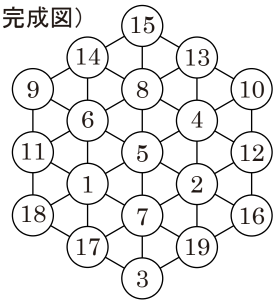
(図 1)



(図 2)



(完成図)



5

整数を，素数（そすう）の積として表すことを考えます。例えば 12 は 2×2×3 と 3 個の素数の積として，また 1000 は 2×2×2×5×5×5 と 6 個の素数の積として表されます。1 から 1000 までの整数で 7 個以上の素数の積として表される整数全部のうち，小さい方から 5 番目のものは ① ，最も大きいものは ② です。

ただし，1 とその数のほかに約数がない整数を素数といいます。1 は素数に含（ふく）めません。

① 2 と 3 のみの 7 個の積で表せる数は，小さい順に右のようなものがあります。また，**ア**，**イ**の間に

2×2×2×2×2×2×5＝320 …**イ**

2×2×2×2×2×2×2×2＝256 …**ア**　が入ります。

よって，128→192→256→288→ 320 (5 番目)です。

② (※)の 972 が有力な候補です。973 ～ 1000 で 1000(＝2×2×2×5×5×5)，992(＝2×2×2×2×2×31)などは 6 個の素数の積ですが，7 個以上のものはありません。→ 最大は 972 。(色々な調べ方がありますが，この解説では省略します。)

7 個

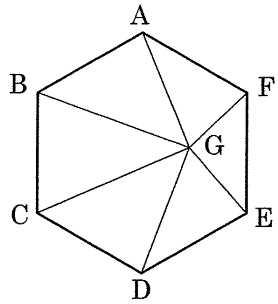
2×2×2×2×2×2×2＝128
2×2×2×2×2×2×3＝192
　＜**ア**
2×2×2×2×2×3×3＝288
　＜**イ**
2×2×2×2×3×3×3＝432
2×2×2×3×3×3×3＝648
2×2×3×3×3×3×3＝972 (※)
2×3×3×3×3×3×3＝1458
⋮　⋮

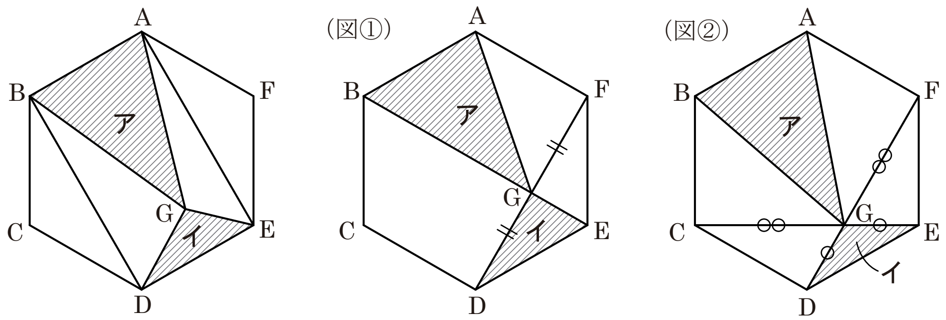
6

右の図のように，面積が 18cm² の正六角形 ABCDEF の内部に点 G をとり，6 つの頂点と G をそれぞれ直線で結びます。

3 点 B，G，E と，3 点 D，G，F がそれぞれ一直線上にあるときは三角形 ABG の面積は ① cm² です。

また，3 点 C，G，E と，3 点 D，G，F がそれぞれ一直線上にあるときは三角形 ABG の面積は ② cm² です。





長方形 ABDE は正六角形の $\frac{2}{3}$（12 cm²）で，**ア**＋**イ**は長方形の面積の半分（6 cm²）です。

① 三角形 DEF は正六角形の $\frac{1}{6}$（3 cm²）で，**イ**はその半分（1.5 cm²）です。

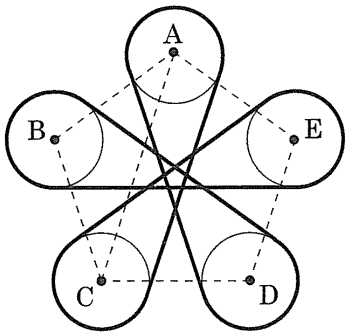
→ 三角形 ABG の面積は**ア**＝6－1.5＝4.5 cm² です。

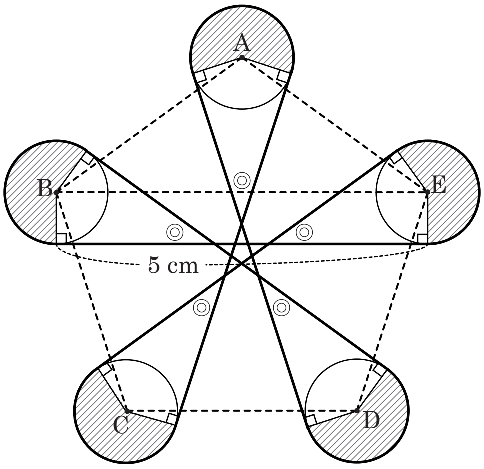
② DG：GF＝1：2 になるので，**イ**の面積は $3\times\frac{1}{3}$＝1 cm² です。

→ 三角形 ABG の面積は**ア**＝6－1＝5 cm² です。

7

右の図で点 A，B，C，D，E は正五角形の頂点で，AC の長さは 5cm です。また，A，B，C，D，E を中心とする円の半径はすべて 1cm です。図の太線のように，5 個の円にたるまないように糸をかけます。必要な糸の長さは 　 cm です。ただし，糸の太さは考えないものとします。





（直線部分）

図のように，5 cm の直線が 5 本あります。

長さの合計は 5×5＝25 cm です。

（曲線部分）

中央にできる星型の図形より，

◎の角度は 36 度なので，斜線部分のおうぎ形の中心角は 36＋90×2＝216 度です。

曲線の合計は $2\times3.14\times\frac{216}{360}\times5=6\times3.14$

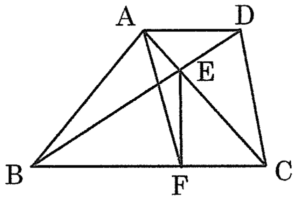
＝18.84 cm です。

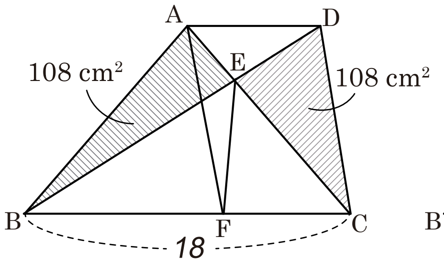
よって，糸の長さは 25＋18.84＝43.84 cm です。

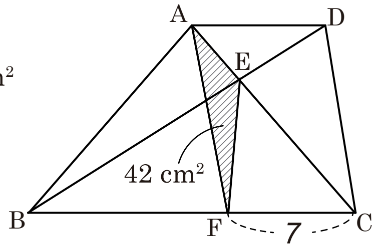
8

右の図の四角形 ABCD は，AD と BC が平行な台形です。対角線 AC，BD が交わる点を E とおき，辺 BC 上に点 F をとります。三角形 AFE の面積が 42cm²，三角形 DEC の面積が 108cm² のとき，BF の長さと FC の長さの比を最も簡単な整数の比で表すと，

(BFの長さ)：(FCの長さ)＝ [　：　] になります。



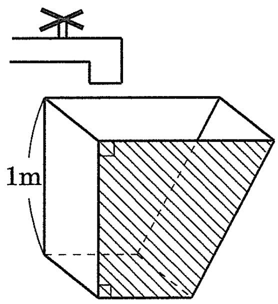


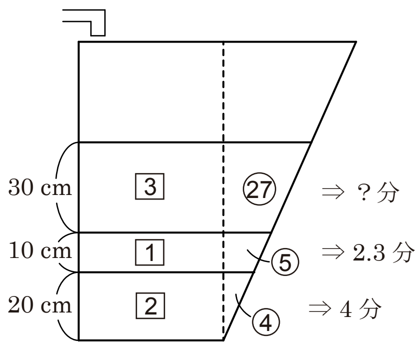


台形 ABCD について，三角形 ABE と三角形 DEC は面積（108 cm²）が等しくなります。
三角形 ABE と三角形 AFE は，面積比が 108：42＝18：7 です。底辺を AE として考えると，高さの比も 18：7（＝BC：FC）になります。→ BF：FC＝11：7 です。

9

右の図のような，斜線（しゃせん）をつけた面とそれに向かい合う面が台形で，他の面が長方形である水そうが，水平な床（ゆか）の上に置かれています。この水そうを空（から）にして，毎秒一定の量の水を注いでいきます。水を注ぎ始めてから 4 分後の水面の高さは 20cm，また，水を注ぎ始めてから 6 分 18 秒後の水面の高さは 30cm でした。水面の高さが 60cm になるのは，水を注ぎ始めてから [　分　秒] 後です。





正面から見た図を，長方形と台形（三角形）に分けて考えます。点線よりも右側で，三角形と台形の面積比が 2×2：(3×3−2×2)：(6×6−3×3)＝4：5：27 になることに注意しましょう。

はじめの 4 分とその後の 2 分 18 秒＝2.3 分について，

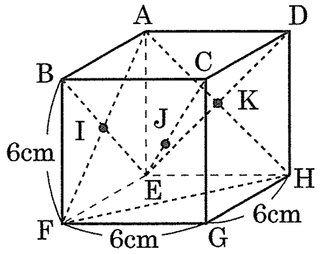
$\boxed{2}$＋④＝ ***4***（分）…**ア**
$\boxed{1}$＋⑤＝ ***2.3***（分）…**イ**　の関係になります。

ア÷2 が $\boxed{1}$＋②＝ ***2***（分）になり，**イ** との差に注目すると，③＝***2.3***−***2***＝***0.3***（分）
→ ①＝***0.1***（分）→ **イ** から $\boxed{1}$＝***2.3***−***0.5***＝***1.8***（分）です。

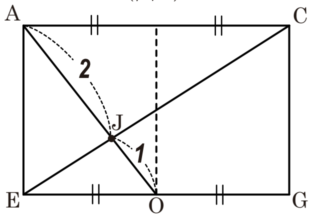
60 cm までの残り 30 cm の水を入れるのに，$\boxed{3}$＋㉗＝***5.4***＋***2.7***＝***8.1***（分）かかるので，
注ぎはじめてから ***6.3***＋***8.1***＝***14.4*** 分 → 14 分 24 秒 かかります。

10

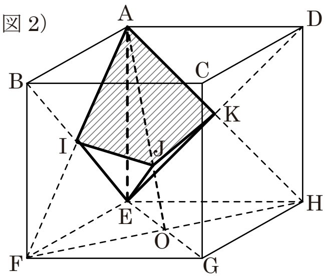
右の図は，1 辺の長さが 6cm の立方体です。四角すい E - ABCD を 3 点 A，F，H を通る平面で切ったとき，この平面と辺 BE，CE，DE とが交わる点をそれぞれ I，J，K とします。四角すい E - AIJK の体積は ［　　］ cm³ です。



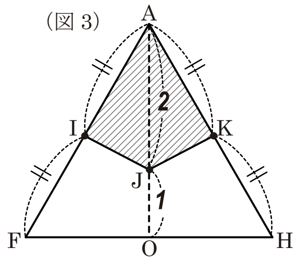
（図 1）



（図 2）



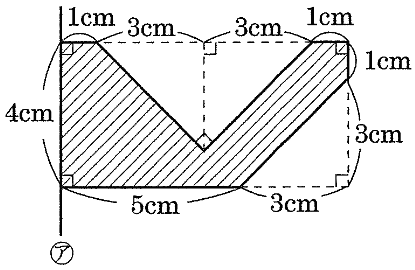
（図 3）

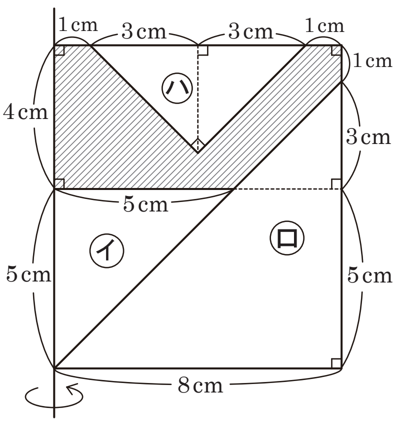


点 J は辺 AO（面 AFH 上）と辺 CE の交点で，（図 1）から AJ：JO＝2：1 がわかります。
三角すい A-EFH の体積は $6\times6\times\frac{1}{2}\times6\times\frac{1}{3}=36$ cm³ で，
正三角形 AFH と四角形 AIJK の面積比が四角すい E-AIJK との体積比になります。
これは左右対称（図 3）なので，斜線部分が正三角形 AFH の $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ 倍だとわかります。よって，四角すい E-AIJK の体積は $36\times\frac{1}{3}=$ 12 cm³ になります。

11

右の図のように，長方形の板から大小 2 つの直角二等辺三角形の部分を切り取った板片があります。ただし，板の厚さは考えないものとします。この板片を直線㋐のまわりに 1 回転させたとき，板片が通過する部分の体積は ［　　］ cm³ です。





図のような補助線を引いて考えます。

$8\times8\times3.14\times9=576\times3.14$ (cm³) …全体（円柱）

$5\times5\times3.14\times5\times\frac{1}{3}=\frac{125}{3}\times3.14$ (cm³) …イ（円すい）

$8\times8\times3.14\times8\times\frac{2}{3}=\frac{1024}{3}\times3.14$ (cm³) …ロ（円柱から円すいをくり抜いた立体）

ハは**パップス･ギュルダンの定理**を用いて考えます。

（回転体の体積）＝（回転する図形の面積）×（重心の移動距離）

$=6\times3\times\frac{1}{2}\times8\times3.14$

$=72\times3.14$ (cm³) …ハ

よって，$576+\left(\frac{125}{3}+\frac{1024}{3}+72\right)=121\rightarrow121\times3.14=$ 379.94 cm³ です。