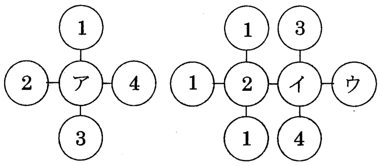
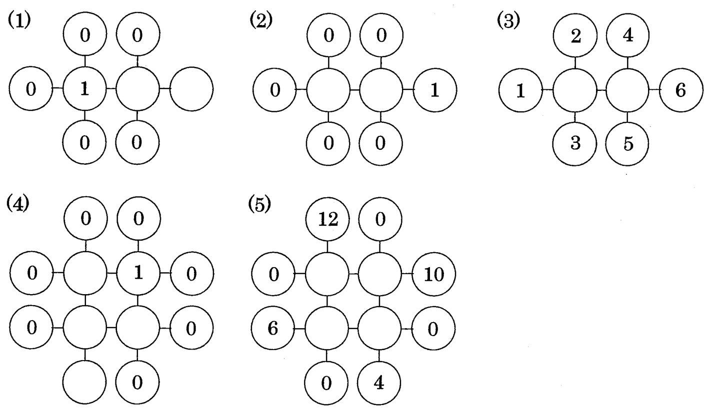
1

縦横に並んだ○の中に数を入れていきます。ただし，１つの○がその上下左右にある４つの○と短い線でつながっているとき，これら５つの○のうち中央にある○の中の数は，残りの４つの○の中の数の平均となるようにします。例えば



のとき，㋐には $2\frac{1}{2}$，㋑には 5，㋒には 11 が入ります。

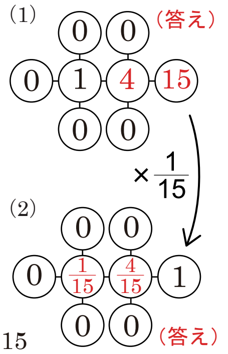
この規則に従って，次の(1)～(5)で，数の入っていない○の中に数を入れなさい。

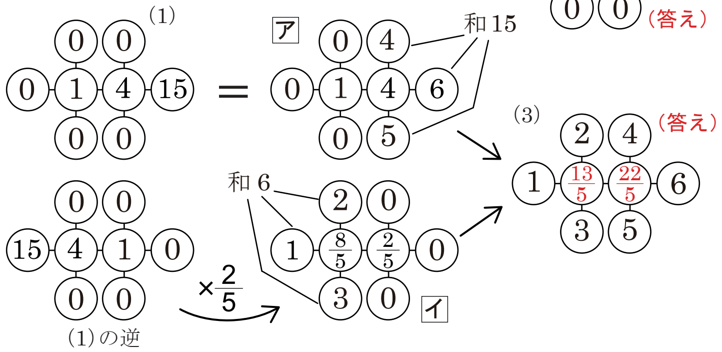


(1) 1 のすぐ右の○は $1\times4=\underline{4}$，さらに右の○は $4\times4-1=\underline{15}$ です。

(2) (1)を $\frac{1}{15}$ 倍すると(2)になります。

(3) 下の図の ア，イ を合わせるとよいでしょう。左の○は $1+\frac{8}{5}=\underline{\frac{13}{5}}$，右の○は $4+\frac{2}{5}=\underline{\frac{22}{5}}$ になります。



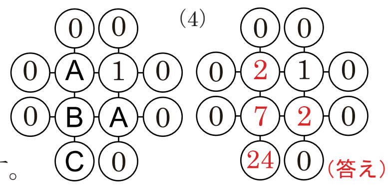


(4) A は同じ数になります。

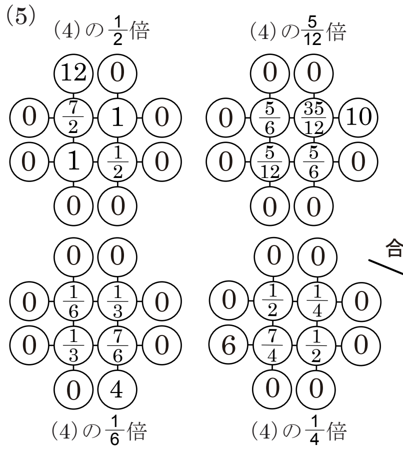
$A=1\times4\div2=\underline{2}$，

$B=2\times4-1=\underline{7}$，

$C=7\times4-(2+2)=\underline{24}$ です。

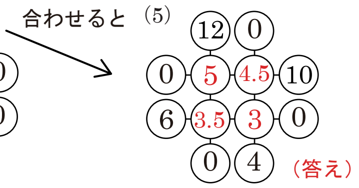


(5)



(4)の結果を組み合わせて考えましょう。例えば，左上の○は

$\frac{7}{2}+\frac{5}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{2}=\underline{5}$ です。



2

東西方向にまっすぐな道があり，西から順に A 地点，B 地点，C 地点があります。この道を太郎君と花子さんは歩きます。太郎君と花子さんの歩く速さは一定で，その比は 3：4 です。また，太郎君は 15 分歩くたびに 2 分休むことをくり返し，花子さんは 8 分歩くたびに 1 分休むことをくり返します。

太郎君が A 地点から B 地点に，花子さんが B 地点から A 地点に向かって同時に歩き始めると，10 分後にはじめて 2 人は出会います。また，太郎君が A 地点から C 地点に，花子さんが C 地点から A 地点に向かって同時に歩き始めると，20 分後にはじめて 2 人は出会います。BC 区間の距離は 1500m です。

(1) 太郎君，花子さんの歩く速さは毎分何 m ですか。また，AB 区間の距離は何 m ですか。

(2) 太郎君は A 地点を，花子さんは B 地点を同時に出発して歩き始め，AB 区間を 1 往復します。2 回目に 2 人が出会うのは，歩き始めてから何分後ですか。またこのとき，2 人は A 地点から何 m の地点にいますか。

(1) 太郎の分速を③，花子の分速を④として考えます。

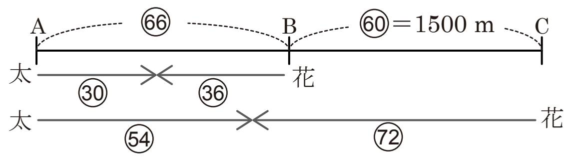
10 分間　太郎：10 分（休みなし） → ③×10＝㉚すすむ

花子：9 分（休み 1 分） → ④×9＝㊱すすむ

20 分間　太郎：18 分（休み 2 分） → ③×18＝54すすむ

花子：18 分（休み 2 分） → ④×18＝72すすむ

BC 間は60＝1500 m → ①＝25 m なので，太郎は③＝$\underline{75\text{ m/分}}$，花子は④＝$\underline{100\text{ m/分}}$，AB 間は66＝$\underline{1650\text{ m}}$。



(2) 合計で66×3＝198すすみ，時間はおよそ 3 倍です。

30 分間　太郎：28 分（休み 2 分） → ③×28＝84すすむ

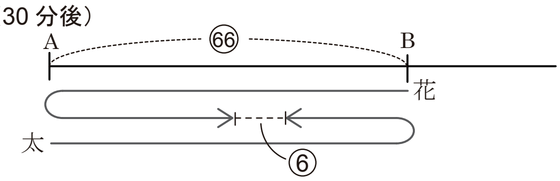
花子：27 分（休み 3 分） → ④×27＝108すすむ

このとき，198－(84＋108)＝⑥はなれており，出会うのは⑥÷(③＋④)＝$\frac{6}{7}$ 分後 → はじめから $\underline{30\frac{6}{7}\text{ 分後}}$です。

また，花子は $\frac{6}{7}$ 分で④×$\frac{6}{7}$＝$(3\frac{3}{7})$すすむので，A から

108＋$(3\frac{3}{7})$－66＝$(45\frac{3}{7})$＝$\underline{1135\frac{5}{7}\text{ m}}$ 地点にいます。

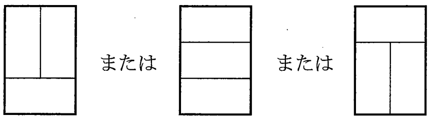
（30 分後）



logix 出版

3

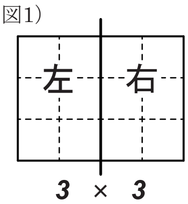
２辺の長さが 10cm，20cm の長方形のタイルがたくさんあります。これらのタイルで長方形の壁をすき間がないようにしきつめます。例えば，縦 30cm，横 20cm の壁の場合，タイルのしきつめ方は



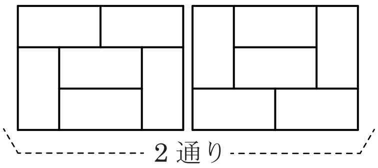
のように全部で３通りあります。

(1) 縦 30cm，横 40cm の壁の場合，タイルのしきつめ方は全部で何通りありますか。
(2) 縦 30cm，横 60cm の壁の場合，タイルのしきつめ方は全部で何通りありますか。

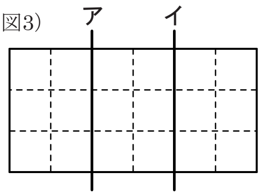
（図1）



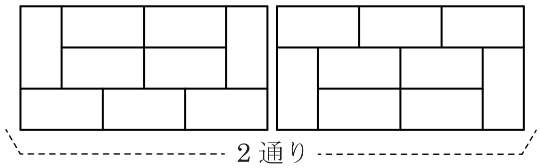
（図2）



（図3）



（図4）



(1) （図１）のように**左**と**右**に分けて考えます。問題の（例）より，縦 30 cm，横 20 cm のしきつめ方が３通りなので，3×3＝9 通りです。また，これ以外の並べ方（タイルが｜をまたぐ並べ方）は（図２）の２通りあるので，しきつめ方は全部で 9＋2＝11 通りです。

(2) （図３）の**ア**，**イ**について，場合分けをして並べます。
〈**ア**，**イ**の両方をまたがない〉　3×3×3＝27 通り
〈**ア**をまたぐ **イ**をまたがない〉（図２）より，2×3＝6 通り
〈**ア**をまたがない **イ**をまたぐ〉（図２）より，3×2＝6 通り
〈**ア**，**イ**の両方をまたぐ〉（図４）の２通りあります。
よって，しきつめ方は全部で 27＋6＋6＋2＝41 通りです。

4

４桁の整数 ABCD に次の①，②，③の「操作」を施して新しい整数を作ります。
① A×A，B×B，C×C，D×D をそれぞれ計算する。
② ①でできた４個の数をそれぞれ 14 で割り，余りを求める。ただし，０を 14 で割ったときの余りは０である。
③ ②で求めた余りを順に並べて整数をつくる。
例えば，右のように，2014 に「操作」を施すと 4012 が作られ，1513 に「操作」を施すと 11119 が作られます。

2　0　1　4
①↓　↓　↓　↓
4　0　1　16
②↓　↓　↓　↓
4　0　1　2
③↓
4012

1　5　1　3
①↓　↓　↓　↓
1　25　1　9
②↓　↓　↓　↓
1　11　1　9
③↓
11119

(1) 次の表の空欄に数を入れて表を完成させなさい。

D	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D×D	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
D×D を 14 で割った余り	0	1	4	9	2	11				

(2) 「操作」を施しても値が変化しないような４桁の整数は全部で何個ありますか。
(3) 「操作」を施すと値が小さくなるような４桁の整数は全部で何個ありますか。
(4) 「操作」を施すと値が大きくなるような４桁の整数は全部で何個ありますか。

(1)

D	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D×D	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
D×Dを14で割った余り	0	1	4	9	2	11	8	7	8	11
	ア	ア			★	イ		ア	ア	イ

(2) ４桁 ABCD の各位の数が 0，1，7，8（表の**ア**）のいずれかであるとき，操作を施しても数は変化しません。
千の位 A は 0 以外なので，3×4×4×4＝192 個です。
（A　B　C　D）

(3) ABCD のいずれかに 5，9 が並ぶと，操作後に桁数が増えて必ず値も大きくなる（表の**イ**）ので，5 と 9 以外を並べて ABCD を作ります。また，操作で数が小さくなるのは 4（表の★）を並べるときで，ABCD のどこかに必ず 4 が並びます。そこで，A から順に左から並べたとき，4 がはじめて並ぶ位置について場合分けをして考えます。

（ⅰ）A＝4 のとき　4□□□（A B C D）→ 8×8×8＝512 個（B C D）
（ⅱ）B ではじめて 4 が並ぶ　○4□□（A B C D）→ 3×8×8＝192 個（A C D）
（ⅲ）C ではじめて 4 が並ぶ　○○4□（A B C D）→ 3×4×8＝96 個（A B D）
（ⅳ）D ではじめて 4 が並ぶ　○○○4（A B C D）→ 3×4×4＝48 個（A B C）
（○は**ア**の数，□は**イ**以外の数が並びます。）

全部で 512＋192＋96＋48＝848 個あります。

(4) ４桁 ABCD は全部で 9×10×10×10＝9000 個あります。そこから (1) 値が変化しない (2) 値が小さくなる の答えを引けば，値が大きくなる ABCD の並べ方がわかります。答えは 9000－(192＋848)＝7960 個です。

5

(1) 右の図１のように，長方形 ABCD があります。点 E は辺 AD を 1:3 の比に分けています。また，点 F は辺 BC のまん中の点です。図の斜線(しゃせん)部分で示した，三角形 AFD と三角形 BCE の共通部分の面積は，長方形 ABCD の面積の何倍ですか。

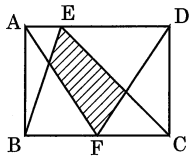


図１

(2) 右ページの図２は，１辺の長さが 15cm の立方体です。辺 AE，BF，CG，DH には 1cm 刻みで 0 から 15 までの目もりがついています。面 ABCD 上の点 P は対角線 AC を 1:3 の比に分けています。また，面 EFGH 上の点 Q は対角線 EG のまん中の点です。

四角すい P - EFGH と四角すい Q - ABCD の共通部分を立体 V とします。

(ア) 次の目もりのついた４つの点を通る平面で V を切ると，切り口は正方形になります。その１辺の長さは何 cm ですか。空欄に数を入れなさい。

１の目もり …… １辺の長さが 1cm の正方形

５の目もり …… １辺の長さが ☐ cm の正方形

７の目もり …… １辺の長さが ☐ cm の正方形

９の目もり …… １辺の長さが ☐ cm の正方形

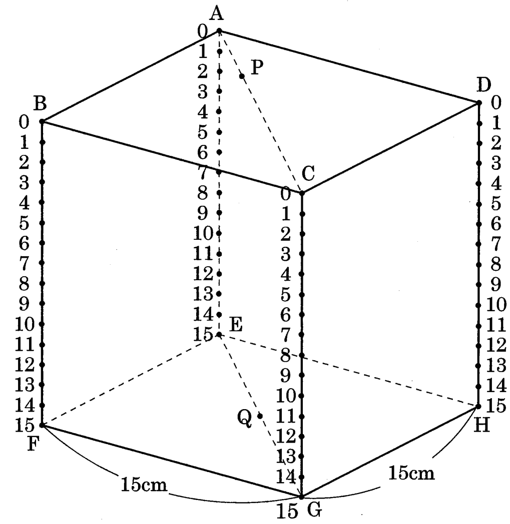


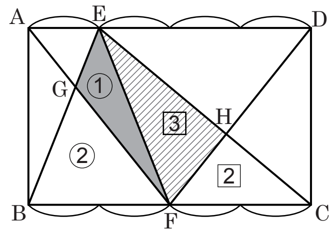
図２

(イ) V の体積を求めなさい。

(1) 三角形 EBF，三角形 EFC はそれぞれ長方形の $\frac{1}{4}$ にあたります。

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$（倍）…三角形EGF　$\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$（倍）…三角形EFH

よって，長方形 ABCD の面積の $\frac{1}{12}+\frac{3}{20}=\frac{7}{30}$ 倍になります。

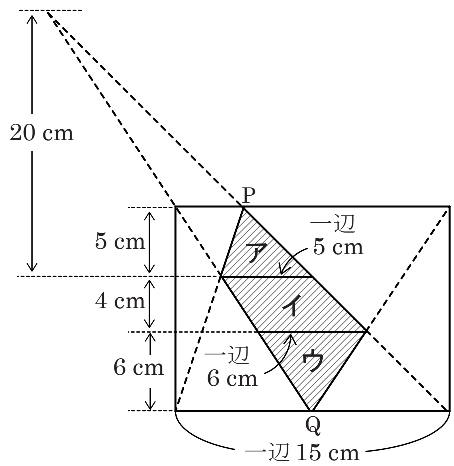


(2) 共通部分の立体 V ついて，３つの部分に分けて考えます。

立体ア〈0 ～ 5目もり〉
P-EFGHと相似な四角すい
（底面の一辺 5 cm, 高さ 5 cm）
$\Rightarrow 5\times5\times5\times\frac{1}{3}=\frac{125}{3}$ cm^3

立体ウ〈9 ～ 15目もり〉
Q-ABCDと相似な四角すい
（底面の一辺 6 cm, 高さ 6 cm）
$\Rightarrow 6\times6\times6\times\frac{1}{3}=72$ cm^3

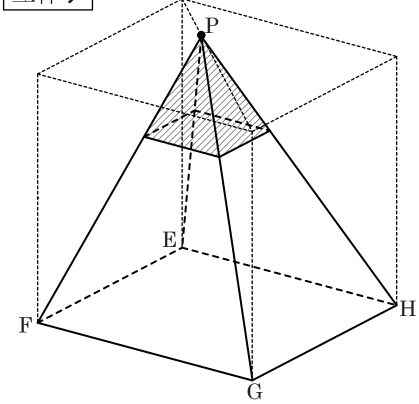
立体イ〈5 ～ 9目もり〉
四角すい台（高さ 4 cm）
$\Rightarrow 6\times6\times24\times\frac{1}{3}-5\times5\times20\times\frac{1}{3}=\frac{364}{3}$ cm^3
（底面の一辺 6 cm, 高さ 24 cm の四角すいから底面の一辺 5 cm, 高さ 20 cm の四角すいを切り取る）



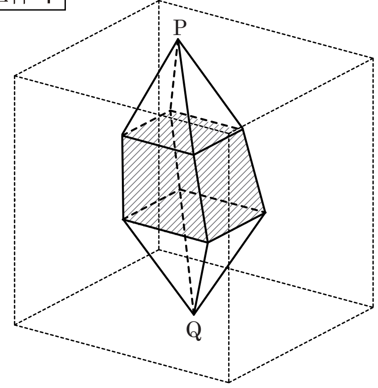
(ア) 切り口の正方形の一辺は，５の目もりでは 5 cm，９の目もりでは 6 cm，７の目もりは５と９の真ん中（平均）なので，（5＋6）÷2＝5.5 cm です。

(イ) V の体積は，ア～ウを合わせて $\frac{125}{3}+\frac{364}{3}+72=235$ cm^3 です。

立体ア



立体イ



立体ウ