1

いろいろな整数や分数 $\boxed{\text{ア}}$ について，$\left\langle\boxed{\text{ア}}\right\rangle$ を次のように決めます。

$\boxed{\text{ア}}$ が整数のとき　$\left\langle\boxed{\text{ア}}\right\rangle=\boxed{\text{ア}}$ とします。　(例) $\langle 3\rangle=3$，$\left\langle\frac{20}{2}\right\rangle=\langle 10\rangle=10$

$\boxed{\text{ア}}$ が 0 と 1 の間の分数のとき　はじめに数 $\boxed{\text{ア}}$ をこれ以上約分できない分数で表します。

これが $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{イ}}}$ となったら，$\left\langle\boxed{\text{ア}}\right\rangle=\left\langle\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{イ}}}\right\rangle=\boxed{\text{イ}}+\boxed{\text{ウ}}$ とします。　(例) $\left\langle\frac{2}{3}\right\rangle=3+2=5$，$\left\langle\frac{16}{20}\right\rangle=\left\langle\frac{4}{5}\right\rangle=4+5=9$

$\boxed{\text{ア}}$ が 1 より大きい分数のとき　はじめに数 $\boxed{\text{ア}}$ を帯分数にしてから，これ以上約分できない分数で表します。

これが $\boxed{\text{イ}}\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ となったら，$\left\langle\boxed{\text{ア}}\right\rangle=\left\langle\boxed{\text{イ}}\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\right\rangle=\boxed{\text{イ}}+\boxed{\text{ウ}}+\boxed{\text{エ}}$ とします。

(例) $\left\langle 2\frac{5}{6}\right\rangle=2+6+5=13$，$\left\langle\frac{42}{10}\right\rangle=\left\langle 4\frac{1}{5}\right\rangle=4+5+1=10$

次の問いに答えなさい。

(1) 次の □ にあてはまる整数をそれぞれ求めなさい。

(A) $\left\langle\frac{23}{5}\right\rangle=\square$　(B) $\left\langle\square\frac{15}{12}\right\rangle=30$　(C) $\left\langle\frac{4}{\square}\right\rangle=12$

(2) $\left\langle\boxed{\text{ア}}\right\rangle=5$ となる整数または分数 $\boxed{\text{ア}}$ をすべて書き，小さいものから順に並べなさい。ただし，同じ値（あたい）を二度以上書いてはいけません。

(3) $\boxed{\text{ア}}$ として $\frac{1}{27}$，$\frac{2}{27}$，$\frac{3}{27}$，……，$\frac{2014}{27}$，$\frac{2015}{27}$ のように，分子が 1 以上 2015 以下の整数で，分母が 27 である分数を考えます。この中で，$\left\langle\boxed{\text{ア}}\right\rangle=54$ となる数 $\boxed{\text{ア}}$ をすべて取り出して，小さいものから順に並べます。このとき，小さいほうから 5 番目の数と，大きいほうから 5 番目の数をそれぞれ求めなさい。

(1)

〈A〉 $\frac{23}{5}=4\frac{3}{5}\rightarrow\square=4+5+3=$ 12

〈B〉 $\frac{15}{12}=1\frac{1}{4}\rightarrow\square+1+4+1=30\rightarrow\square=$ 24

〈C〉 $\frac{4}{\square}$ を約分した後，分母と分子の和が 12 になるのは $\frac{1}{11}$ のみです（$\frac{2}{10}$ や $\frac{4}{8}$ はまだ約分できる）。

$\rightarrow\square=4\times11=$ 44 です。

(2)

$\boxed{\text{アが整数}}$ ア＝5　$\boxed{\text{アが真分数}}$ ア＝$\frac{1}{4}$，$\frac{2}{3}$

$\boxed{\text{アが帯分数}}$ ア＝$1\frac{1}{3}$，$2\frac{1}{2}$

よって，小さい順に $\frac{1}{4}$，$\frac{2}{3}$，$1\frac{1}{3}$，$2\frac{1}{2}$，5 です。

(3)

1 以下（真分数）のアは存在しないので，帯分数の整数部分を 1, 2, 3, …と増やして調べていきます。

（最小）（2 番目）（3 番目）（4 番目）

$1\frac{26}{27}\rightarrow2\frac{25}{27}\rightarrow\cancel{3\frac{24}{27}}\rightarrow4\frac{23}{27}\rightarrow5\frac{22}{27}$

（5 番目）

約分できるので不適　$\cancel{6\frac{21}{27}}\rightarrow7\frac{20}{27}=\frac{209}{27}$ です。

$54=\frac{1458}{27}$ が（最大）です。分母が 3 と 9 の帯分数を調べていきます（3, 9 は 27 の約数なので）。

（2 番目）（3 番目）（4 番目）（5 番目）

$50\frac{1}{3}\rightarrow49\frac{2}{3}\rightarrow44\frac{1}{9}\rightarrow43\frac{2}{9}=\frac{389}{9}=\frac{1167}{27}$ です。

分母が 3 の分数　分母が 9 の分数

2

同じ大きさの正方形を直線や円で区切って，図のように図形 ア，イ，ウ，エ，オ，カ を作りました。そして，ア の面積を ㋐，イ の面積を ㋑，ウ の面積を ㋒，エ の面積を ㋓，オ の面積を ㋔，カ の面積を ㋕ と表し，正方形 1 つ分の面積を ㋖ と表すことにします。これらの面積には，例えば

㋖＝㋐×1＋㋑×4＋㋒×4

のような関係があります。

その他に，次のような関係を見つけました。$\boxed{\text{サ}}$～$\boxed{\text{ツ}}$ にあてはまる整数や記号を答えなさい。$\boxed{\text{セ}}$ には記号 ㋐～㋖ のどれかがあてはまり，その他には整数があてはまります。

(1) ㋕＝㋔×$\boxed{\text{サ}}$－㋓×1

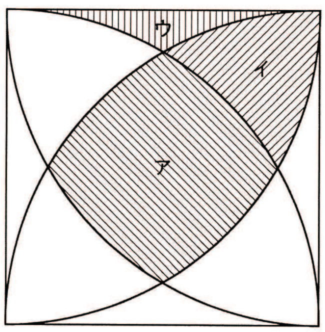
(2) ㋐＋㋑＝㋔×$\boxed{\text{シ}}$－㋓×$\boxed{\text{ス}}$

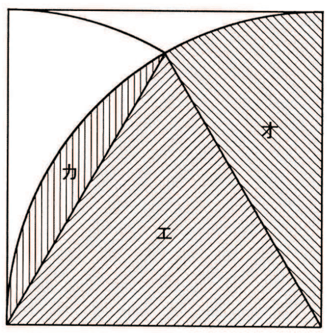
(3) ㋑＋㋒＋㋔＝$\boxed{\text{セ}}$

(4) ㋐＝㋖×1＋㋔×$\boxed{\text{ソ}}$－㋓×$\boxed{\text{タ}}$

㋑＝㋓×$\boxed{\text{チ}}$＋㋔×1－㋖×1

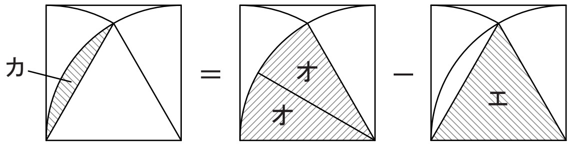
㋒＝㋖×1－㋓×1－㋔×$\boxed{\text{ツ}}$





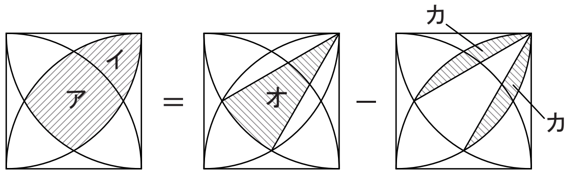
（次のページに続く）

(1)



→カ＝オ×$\boxed{2}$－エ×1

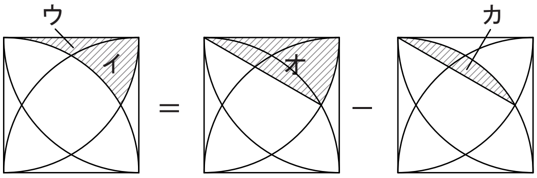
(2)



→ア＋イ＝オ＋$\underbrace{(オ×2－エ×1)}_{カ}$×2

＝オ×$\boxed{5}$－エ×$\boxed{2}$

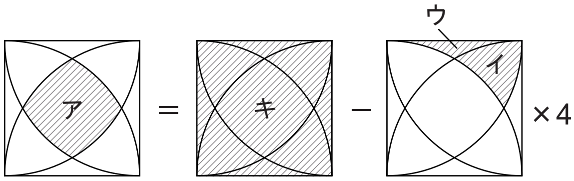
(3)



イ＋ウ＋オ＝$\overbrace{オ－カ}^{イ＋ウ}$＋オ

＝オ－(オ×2－エ)＋オ＝$\boxed{エ}$

(4)



(3)よりイ＋ウ＝エ－オです。

→ア＝キ－(イ＋ウ)×4

＝キ－(エ－オ)×4

＝キ×1＋オ×$\boxed{4}$－エ×$\boxed{4}$

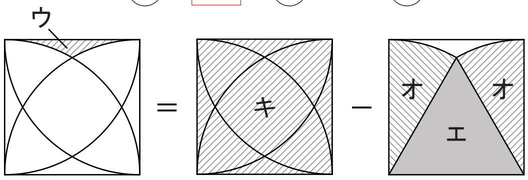
(2)より

→イ＝オ×5－エ×2－ア

＝オ×5－エ×2

－(キ×1＋オ×4－エ×4)

＝エ×$\boxed{2}$＋オ×1－キ×1



→ウ＝キ×1－エ×1－オ×$\boxed{2}$

3 右下図のようなランニングコースがあります。A 地点と D 地点の間の道は平らで長さは 200m，B 地点と C 地点の間の道も平らで長さは 100m，A 地点から B 地点へ向かう道は上り坂で長さは 120m，D 地点から C 地点へ向かう道も上り坂で長さは 180m です。

ゆう君は A 地点を，まさひろ君は D 地点を同時に出発して，ゆう君は A → B → C → D → A → B → … の向きに，まさひろ君は D → C → B → A → D → C → … の向きに走ります。二人とも平らな道を毎分 100m の速さで走ります。ゆう君は A 地点から B 地点までの上り坂を毎分 84m で，C 地点から D 地点までの下り坂を毎分 105m で走り，まさひろ君は D 地点から C 地点までの上り坂を毎分 90m で，B 地点から A 地点までの下り坂を毎分 126m で走ります。

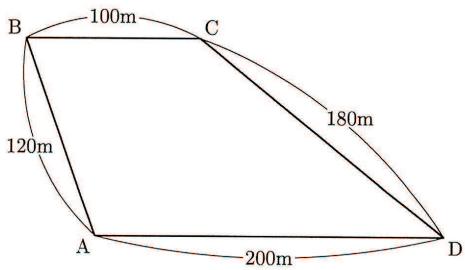
次の問いに答えなさい。

(1) ゆう君，まさひろ君がこのコースを一周するのにかかる時間はそれぞれ何分ですか。

(2) ゆう君，まさひろ君は B 地点と C 地点の間ではじめてすれ違います。その地点は B 地点から何 m の場所ですか。

(3) ゆう君，まさひろ君が B 地点と C 地点の間で次にすれ違うのは，(2) で求めた場所からどちらへ何 m ずれた場所ですか。

(4) ゆう君，まさひろ君がはじめて A 地点と B 地点の間ですれ違うのは，走りはじめてから何回目にすれ違うときですか。またその地点は B 地点から何 m の場所ですか。



(1)

（ゆう君）AB $\frac{120}{84}$＋BC $\frac{100}{100}$＋CD $\frac{180}{105}$＋DA $\frac{200}{100}$＝$\frac{10}{7}$＋1＋$\frac{12}{7}$＋2

＝$6\frac{1}{7}$分

（まさゆき君）DC $\frac{180}{90}$＋CB $\frac{100}{100}$＋BA $\frac{120}{126}$＋AD $\frac{200}{100}$＝2＋1＋$\frac{20}{21}$＋2

＝$5\frac{20}{21}$分

(2) まさゆき君が C に着いたとき（2 分後），ゆう君は BC を $2-\frac{10}{7}=\frac{4}{7}$ 分 進んでいます。2 人は向かい合って $100-100\times\frac{4}{7}=\frac{300}{7}$ m はなれているので，$\frac{300}{7}\div(100+100)=\frac{3}{14}$ 分後にすれ違います。

これは，ゆう君が B から $100\times(\frac{4}{7}+\frac{3}{14})=\frac{550}{7}$ m 進んだ場所です。

(3) (1) より，1 周にかかる時間の差は $6\frac{1}{7}-5\frac{20}{21}=\frac{4}{21}$ 分です。まさゆき君が C に 2 回目に着いたとき，ゆう君は BC を $\frac{4}{7}-\frac{4}{21}=\frac{8}{21}$ 分 進んでいます。

2 人は $100-100\times\frac{8}{21}=\frac{1300}{21}$ m はなれているので，

$\frac{1300}{21}\div(100+100)=\frac{13}{42}$ 分後にすれ違います。

→ B から $100\times(\frac{8}{21}+\frac{13}{42})=\frac{1450}{21}$ m 地点

→ (2) より B の方へ $\frac{550}{7}-\frac{1450}{21}=\frac{200}{21}$ m ずれた地点

（次のページに続く）

(4) $\frac{550}{7}\div\frac{200}{21}=8$ あまり $\frac{50}{21}$ なので，(2)の後，BC 上ではあと 8 回すれちがいます。(2)は 1 回目，(3)は通算で 3 回目のすれ違いなので，AB 上ですれ違うのは $1+2\times(8+1)=$ 19 回目（通算）です。

ゆう君が 9 周して A に着くのは $6\frac{1}{7}\times9=55\frac{2}{7}$ 分後です。まさゆき君が 10 周目の B に着くのは

$5\frac{20}{21}\times9+2+1=56\frac{4}{7}$ 分後なので，ゆう君は A から $56\frac{4}{7}-55\frac{2}{7}=1\frac{2}{7}$ 分進んでいます。このとき，2 人は AB 上で $120-84\times1\frac{2}{7}=12$ m はなれているので，すれ違うのは $12\div(84+126)=\frac{2}{35}$ 分後

→ B から $126\times\frac{2}{35}=$ 7.2 m 地点です。

4

一辺の長さが 6cm の立方体があり，その上の面と下の面はどちらも 9 つの合同な正方形に分かれています。上の面のそれぞれの正方形の頂点には図のように **あ**，**い**，**う**，……，**た** と名前がついていて，下の面のそれぞれの正方形の頂点にも図のように **ア**，**イ**，**ウ**，……，**タ** と名前がついています。また，点 **あ** の真下には点 **ア**，点 **い** の真下には点 **イ**，点 **う** の真下には点 **ウ**，……，点 **た** の真下には点 **タ** があります。これらの頂点から 8 つの点 **あ**，**い**，**か**，**お**，**サ**，**シ**，**タ**，**ソ** を選び，図のように結んで立体 A をつくりました。

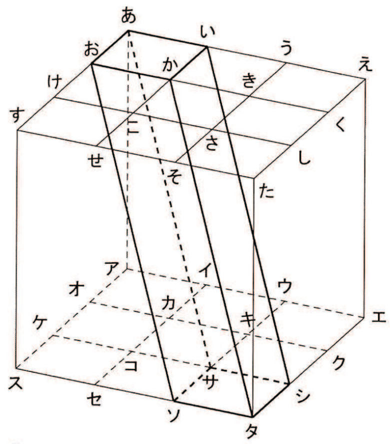
次の問いに答えなさい。

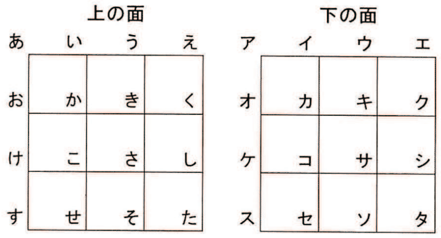
(1) 立体 A の体積を求めなさい。
平行四辺形の面積が **(底辺)** × **(高さ)** で求められるように，斜（なな）めに傾（かたむ）いた角柱の体積は **(底面積)** × **(高さ)** で求められます。

(2) 立体 A を，4 点 **い**，**せ**，**セ**，**イ** を通る平面で切断しました。その切断面の図形を解答用紙にかき，切断面の面積を求めなさい。

(3) 8 つの点 **い**，**せ**，**そ**，**う**，**イ**，**セ**，**ソ**，**ウ** を結び，直方体をつくりました。この直方体と立体 A の共通部分の体積を求めなさい。

(4) 8 つの点 **う**，**え**，**く**，**き**，**ケ**，**コ**，**セ**，**ス** を立体 A と同じように結び，立体 B を作りました。立体 A と立体 B の共通部分の体積を求めなさい。

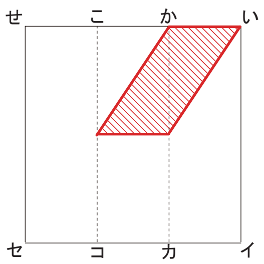




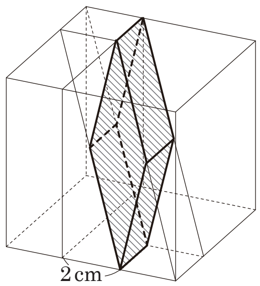
(1) (底面積) $=2\times2=4$ cm² → $4\times6=$ 24 cm³ です。

(2) 立体 A の辺**おソ**，辺**あサ**は，平面**いせセイ**と中点で交わります。この点は**コ**，**カ**の真上の点です。
切断面は平行四辺形で，面積は $2\times3=$ 6 cm² です

(3) 立体 A を平面**うそソウ**で切断すると，(2)と同じ切断面ができます。共通部分は斜線部分で，底面積を(2)と考えると，体積は $6\times2=$ 12 cm³ です。

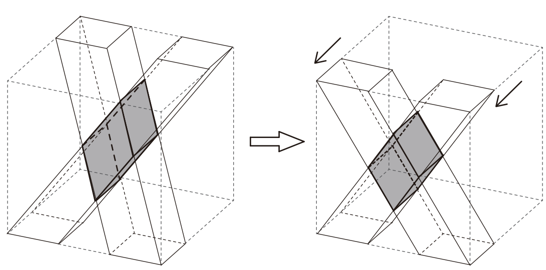


(2)の答え



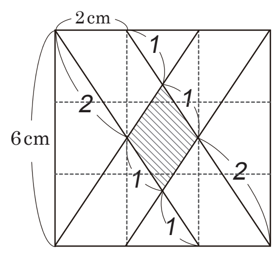
(3)の共通部分

(4)



立体 A と立体 B を重ねると「**X**」の形になります。奥行きの長さが変わらないので，図のように等積変形ができます。

右図のひし形（斜線部分）は平行四辺形の $\frac{1}{2+1+1}=\frac{1}{4}$ 倍なので，共通部分の体積は立体 A の $\frac{1}{4}$ 倍。
→ $24\times\frac{1}{4}=$ 6 cm³ です。



（正面から見た図）