1　$\left\{\frac{1}{31}-\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{13}\right)\div\square\right\}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{2015}$

2015＝5×13×31 を利用すると，計算（通分・約分）しやすいでしょう。

→ $\frac{1}{31}-\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{13}\right)\div\square=\frac{1}{2015}\div\frac{1}{3}=\frac{3}{2015}$

→ $\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{13}\right)\div\square=\frac{1}{31}-\frac{3}{2015}=\frac{65}{2015}-\frac{3}{2015}=\frac{62}{2015}=\frac{2}{65}$

→ $\square=\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{13}\right)\div\frac{2}{65}=\left(\frac{13}{65}-\frac{5}{65}\right)\div\frac{2}{65}=\frac{8}{65}\div\frac{2}{65}=\underline{4}$

2

材料 A が ☐ kg あります。A の $\frac{1}{4}$ の部分には A の 1kg につき材料 B を 2kg，A の $\frac{3}{4}$ の部分には A の 2kg につき B を 3kg 混ぜて 2 種類の製品を作る予定でしたが，間違（まちが）えて A の $\frac{3}{4}$ の部分には A の 1kg につき B を 2kg，A の $\frac{1}{4}$ の部分には A の 2kg につき B を 3kg 混ぜてしまいました。その結果，B は初めの予定よりも 24kg 多く必要になりました。

材料 A の重さを④とします。材料 B の混ぜた重さを◯で表すと，

（予定）　①×2＋③×$\frac{3}{2}$＝6.5

（間違い）　③×2＋①×$\frac{3}{2}$＝7.5 になります。

差の 7.5－6.5＝① が 24 kg にあたるので，材料 A は ④＝24×4＝<u>96 kg</u> です。

3

2 桁（けた）の整数 A があります。A の一の位と十の位を入れ替（か）えると，2 桁の整数になりました。さらに，その数に A をかけると，12 で割り切れる整数になりました。A として考えられる整数は ☐ 個あります。

2 桁の整数を□△，入れ替えると△□で，これらの積が 12 の倍数（3 の倍数かつ 4 の倍数）になります。□△が 3 の倍数であるとき，□＋△が 3 の倍数なので△□も 3 の倍数です。次のように場合分けできます。

<u>□△が 4 でも割り切れる → □△が 12 の倍数のとき</u>

□△＝	12	24	36	48	~~60~~	72	~~84~~	96
	×	×	×	×	×	×	×	×
△□＝	21	42	63	84	~~06~~	27	~~48~~	69

書き出すと 12 通りが A として考えられます。

<u>□△と△□の両方が 2 でも割れる → □△，△□がともに 6 の倍数のとき</u>

□△＝△□＝66 だけなので，A は 1 通りです。

合わせると，A として考えられる数は 12＋1＝<u>13 個</u>あります。

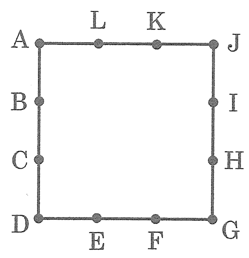
4

商品を包装（ほうそう）する機械があります。その機械は，始動ボタンを押（お）してから 0.5 秒後に商品 1 個を包装して送り出し，以後 0.5 秒ごとに商品 1 個を包装して送り出します。また，この機械には，始動ボタンを押してから 6 秒後に未包装の商品 5 個がまとめて送りこまれ，以後 6 秒ごとに未包装の商品 5 個がまとめて送りこまれます。この機械は，未包装の商品がなくなると自動的に止まります。はじめ，機械の中に 800 個の未包装の商品が入っているとき，この機械が止まるのは，始動ボタンを押してから $\square$ 秒後です。

「0.5 秒ごとに 1 個包装する」→「1 秒で 2 個包装する」と考えます。
機械は 6 秒で 2×6＝12 個を包装しますが，6 秒ごとに 5 個の商品が新たに送りこまれるので，6 秒で 12－5＝7 個の商品が機械の中から少なくなります。
800÷7＝114 あまり 2 → 6×114＝684 秒後の 6 秒前にあたる 678 秒後のときには，機械の中には 2＋7＝9 個の商品があまっているので，そこから 9÷2＝4.5 秒後に商品が 0 個になります。始動してから 678＋4.5＝682.5 秒後に包装が終了します。

5

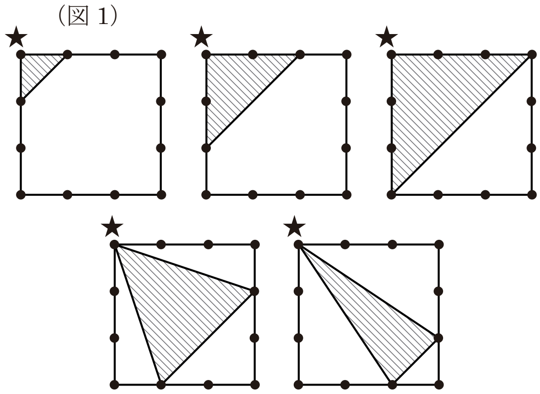
右の図のように，1 辺の長さが 6cm の正方形の周上に，A から L までの点が 2cm ごとにあります。これらの 12 個の点から 3 個の点を選び，それらを頂点とする三角形を作ります。三角形は全部で $\boxed{①}$ 個できます。そのうち二等辺三角形は全部で $\boxed{②}$ 個です。ただし，合同な三角形であっても，選んだ点が違えば，別の三角形と考えます。



① 12 点の中から 3 点の選び方は $_{12}C_3=\frac{12\times11\times10}{3\times2\times1}=220$ 通りですが，選んだ 3 点が同一直線上のときは三角形ができないので注意しましょう。三角形ができないときの 3 点の選び方は，各辺につき 4 通りずつあるので 4×4＝16 通りになります。よって，三角形は全部で 220－16＝204 個できます。

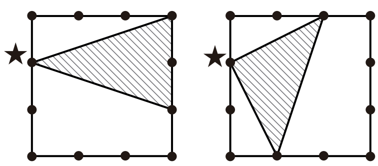
② 次のような形の二等辺三角形ができます。

（図 1）



それぞれ 4 通りずつ
（★は点 A, D, G, J）

（図 2）



それぞれ 8 通りずつ
（★は点 B, C, E, F, H, I, K, L）

（図 1）（図 2）を合わせると，二等辺三角形は 5×4＋2×8＝36 個あります。

$\boxed{6}$

$\dfrac{1}{43}$ を小数で表すと，$\dfrac{1}{43}=0.0232558139534883720930 2\cdots$ となり，21 桁ごとに同じ数字をくり返す小数になります。そして，$\dfrac{1}{43}, \dfrac{2}{43}, \cdots, \dfrac{42}{43}$ はどれも，21 桁ごとに同じ数字をくり返す小数になります。

次の ① ，② に，1 以上 42 以下の整数を入れなさい。

$\dfrac{\boxed{①}}{43}$ を小数で表すと，小数第 12 位が 8，小数第 13 位が 3 になります。

$\dfrac{\boxed{②}}{43}$ を小数で表すと，小数第 12 位が 3，小数第 13 位が 9 になります。

① $\dfrac{1}{43}$ を 1000 倍すると 21 桁の数が左に 3 桁ずれて，小数第 12 位, 第 13 位の 2 桁が「83」に変わります。

$\dfrac{1000}{43}=23\dfrac{11}{43}$ → 分子の数は<u>11</u> です。

第12位　第13位

$$\frac{1}{43}=0.023255813953488372093\cdots$$
$$\times 10$$
$$0.232558139534883720930\cdots$$
$$\times 10$$
$$2.325581395348837209302\cdots$$
$$\times 10$$
$$23.255813953488372093023\cdots$$

21 桁

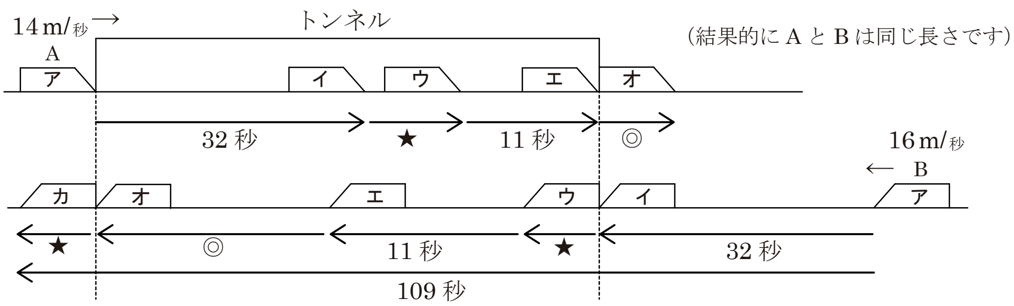
② 21 桁の数を右に 3 桁ずらす

⇒ 左に 21－3＝18 桁ずらすことと同じ

①と同じように考えると，10^{18}（10 を 18 回掛けた数）を 43 で割ったときのあまりを求めるとよい。10^{21} は【あまり 1】，10^{3} は【あまり 11】で，$\underbrace{11}_{10^{3}}\times\underbrace{4}_{10^{18}}=\underbrace{44【あまり\ 1】}_{10^{21}}$ の関係がいえるので 10^{18} は【あまり <u>4</u>】です。

$\boxed{7}$

P 駅から Q 駅に向かう列車 A と，Q 駅から P 駅に向かう列車 B が，平行な線路上をそれぞれ毎秒 14m，毎秒 16m の速さで走っています。途中にある長いトンネルに A が入り始めた 32 秒後に，B も入り始めました。その後 A が完全にトンネルを抜けるのと同時に，B の先頭がトンネルから出てきました。A，B の車両の全体が同時にトンネルの中にあるのは 11 秒間で，A，B どちらかの車両の一部でもトンネルの中にあるのは 109 秒間でした。このとき，A の先頭が，トンネルに入り始めてからトンネルを出始めるまでに ① 秒かかりました。また，A，B の車両同士が一部でも真横から見て重なるのは ② 秒間です。



① 列車の様子は上図のようになります（ア～オは同じ時間での位置を表す）。A と B の速さの比は 14：16＝7：8，トンネルの長さを進むときの時間の比は 8：7 なので，

A は 32＋★＋11 → 43 秒＋★＝$\boxed{8}$

B は 109－32－★→ 77 秒－★＝$\boxed{7}$

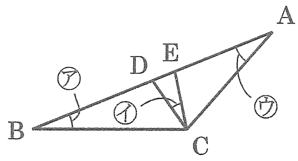
和に注目すると $\boxed{15}$＝43＋77＝120 秒

→ $\boxed{8}$＝120×$\dfrac{8}{15}$＝<u>64 秒</u>です。

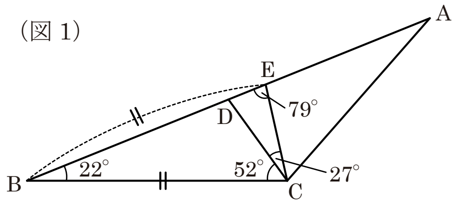
② ★＝21 秒，◎＝24 秒です。A の長さは 14×24＝336 m，B の長さは 16×21＝336 m なので，車両が重なっている時間は（336＋336）÷（14＋16）＝<u>22.4 秒</u>です。

8

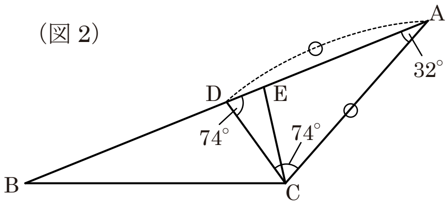
右の図の三角形 ABC で，A が中心で C を通る円と辺 AB が点 D で交わり，B が中心で C を通る円と辺 AB が点 E で交わっています。㋐の角の大きさが 22 度，㋑の角の大きさが 27 度のとき，㋒の角の大きさは $\boxed{}$ 度です。



（図 1）



（図 2）

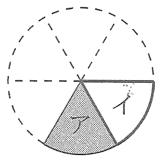


（図 1）三角形BCE は二等辺三角形なので，角 BEC＝角 BCE＝（180－22）÷2＝79 度，角 DCB＝79－27＝52 度です。また，角 ADC＝22＋52＝74 度です。

（図 2）三角形ADC も二等辺三角形なので，角 DAC＝180－74×2＝32 度になります。

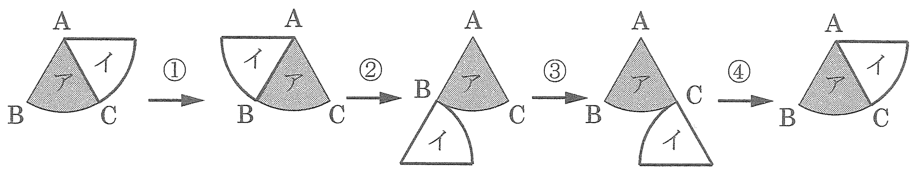
9

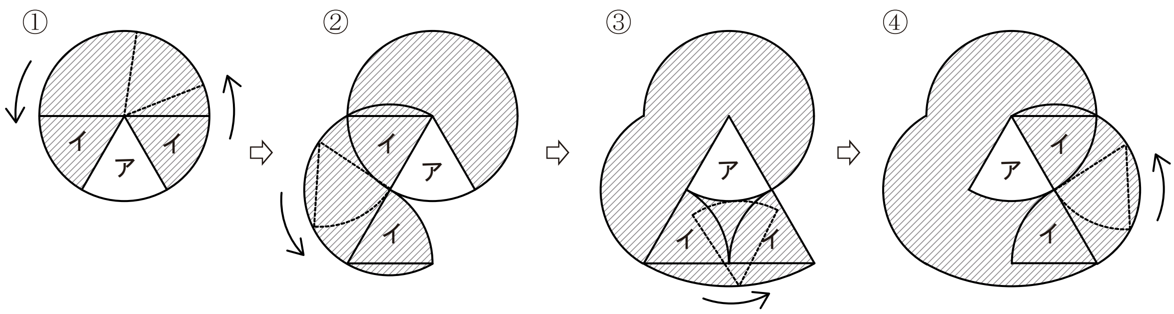
半径 6cm の円の板を，中心を通る 3 本の直線で 6 つの合同なおうぎの形の板に分けて，そのうちの 2 つをア，イとします。板アは平らな机の上に固定されていて，そのまわりを板イが下の①②③④の順に動きます。板イが初めの位置に戻（もど）るまでに通過する部分の面積は，1 辺の長さが 6cm の正三角形の面積の 2 倍より $\boxed{}$ cm^2 大きいです。ただし，回転の向きは時計の針が回る向きと逆です。



① 点 A を中心に 240 度回る。　② 点 B を中心に 180 度回る。

③ 曲線 BC に沿って，すべらずに転がる。　④ 点 C を中心に 180 度回る。





通過する部分は右図のように分けることができます。

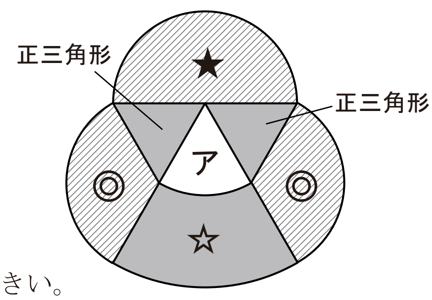
$6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{2} = 18 \times 3.14 (cm^2)$ … ★

$6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{3} \times 2 = 24 \times 3.14 (cm^2)$ … ◎の和

$(12 \times 12 - 6 \times 6) \times 3.14 \times \frac{1}{6} = 18 \times 3.14 (cm^2)$ … ☆

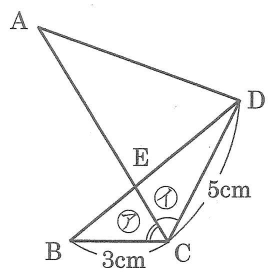
正三角形の 2 倍よりも $(18 + 24 + 18) \times 3.14 = 60 \times 3.14$

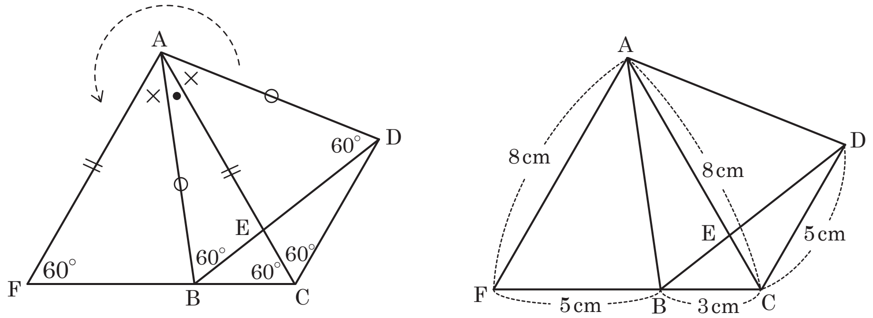
$= 188.4\ cm^2$ 大きい。



10

右の図について，AC の長さは 8cm です。また，㋐，㋑の角の大きさはともに 60 度です。直線 AC，BD が交わる点を E とすると，AE の長さは ① cm です。また，三角形 AED の面積は，1 辺の長さが 1cm の正三角形の面積の ② 倍です。

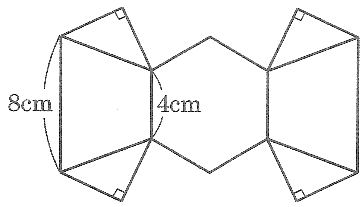




●と×の和は 60 度として，三角形ACD と合同な三角形AFB を作ると，三角形AFC と三角形ABD が正三角形です。一辺が 1 cm の正三角形の面積を①とすると，正三角形AFC は 8×8=64，三角形AFB（三角形ACD）は 8×5=40，三角形ABC は 8×3=24，三角形BCD は 3×5=15，正三角形ABD は64−15=49と表せます。AE:EC=49:15 なので，AE$=8\times\frac{49}{64}=\frac{49}{8}$cm です。また，BE：ED=24：40=3：5 なので，三角形AED の面積は①の $49\times\frac{5}{8}=\frac{245}{8}$倍 になります。

11

展開図が右の図のような立体の体積は，1 辺の長さが 4cm の正三角形を底面とし，高さが 4cm である三角すいの体積の ＿＿ 倍です。ただし，四角形の面は平行な 2 辺の長さが 4cm，8cm の台形，六角形の面は正六角形で，三角形の面は直角二等辺三角形です。



（完成図）

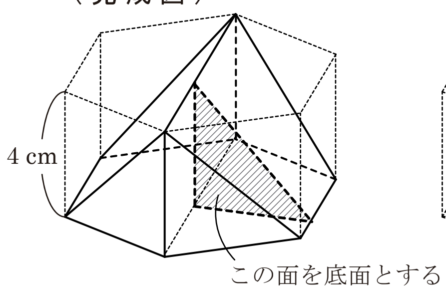


図 1

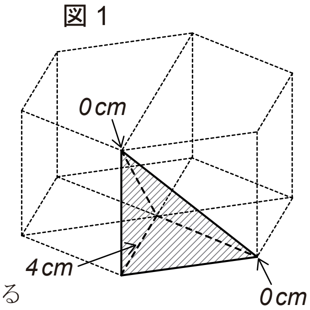
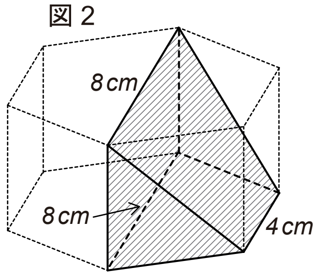


図 2



組み立てた立体は，高さ 4 cm の正六角柱の中にできます。

図 1（三角すい）と**図 2**（完成の半分）を切断三角柱（断頭三角柱）として考えると，体積比は $\underbrace{\frac{0+0+4}{3}}_{\text{(高さ平均)}}:\frac{4+8+8}{3}=1:5$ → **図 2** の 2 つ分は**図 1** の三角すいの 5×2=10 倍です。

12

図１のように，光を通さない１辺の長さが 1m の正方形の板を，水平な地面の上に垂直に立てたところ，地面には斜線部分のような影ができました。このとき，図２のように，光を通さない１辺の長さが 1m の立方体の箱５個を水平な地面の上に置くと，地面にできる影の面積は $\boxed{}$ m^2 です。ただし，板の厚みは考えません。また，箱が地面にふれている部分は影に含みません。

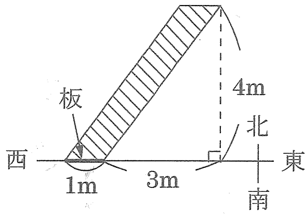


図１（真上から見た図）

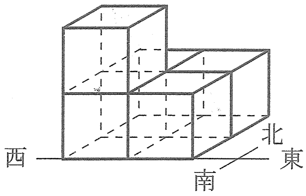
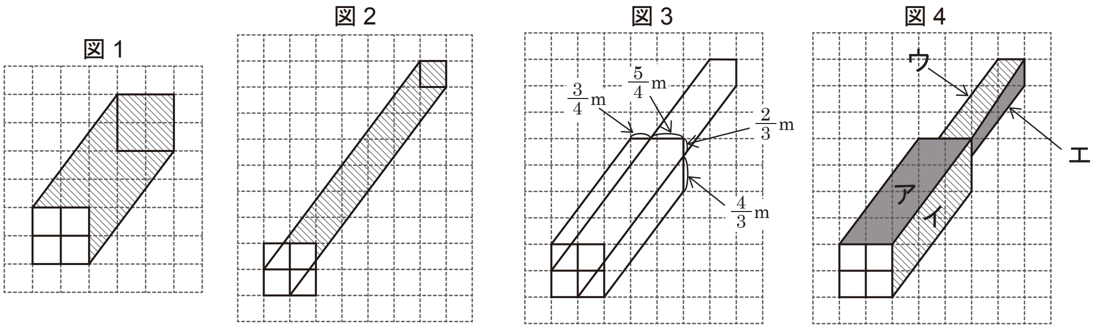


図２



方眼の 1 目盛りは 1 m です。1 段目にある立方体 4 個の影は**図 1**，2 段に積んだ立方体 2 個の影は**図 2** のようになります。それぞれ地面に合同な正方形ができることに注目して作図しましょう。
図 1 と**図 2** を重ねると**図 3** になります。必ずしも方眼の交点を通っていないことに注意しましょう。面積は，**図 4** のように平行四辺形と台形に分けて考えます。

$2\times4=8$ m^2 … **ア**　$2\times3=6$ m^2 … **イ**

$(\frac{5}{4}+1)\times3\div2=\frac{27}{8}=3\frac{3}{8}$ m^2 … **ウ**

$(\frac{2}{3}+1)\times2\div2=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$ m^2 … **エ**

合計で $8+6+3\frac{3}{8}+1\frac{2}{3}=19\frac{1}{24}$ m^2 です。