$\boxed{1}$ $\left(\frac{20}{17}+\boxed{}\right)\times\frac{1}{9}=1+2\div\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{5}\right)$

$$\left(\frac{20}{17}+\square\right)\times\frac{1}{9}=1+2\div\frac{17}{20}$$
$$\left(\frac{20}{17}+\square\right)\times\frac{1}{9}=1+\frac{40}{17}$$
$$\left(\frac{20}{17}+\square\right)\times\frac{1}{9}=\frac{57}{17}$$

$$\frac{20}{17}+\square=\frac{57\times9}{17}$$
$$\square=\frac{57\times9-20}{17}$$
$$=\frac{493}{17}=\underline{29}$$

$\boxed{2}$

あるクラスの生徒 **40** 人に鉛筆（えん）を配ることにしました。男子に **5** 本ずつ，女子に **3** 本ずつ配ると **6** 本余ることが分かりました。そこで，新たに **20** 本を追加して，男子に **4** 本ずつ，女子に **5** 本ずつ配ると，過不足はありませんでした。はじめに用意していた鉛筆は全部で $\boxed{}$ 本です。

男 ×5 ＋ 女 ×3 → 6 本あまり

1 本少なく ↓　　2 本多く ↓　　差 26 本

男 ×4 ＋ 女 ×5 → 20 本不足

差に注目すると

女 ×2 － 男 ×1 ＝ 26 本

このような関係がいえます。

男子と女子の人数の和は 40 人なので，つるかめ算のような計算方法より

(2×40－26)÷(2＋1)＝54÷3

＝18 人 … 男

40－18＝22 人 … 女

鉛筆は 5×18＋3×22＋6＝<u>162 本</u>です。

$\boxed{3}$

次のように，ある規則にしたがって数が並んでいます。

$1,2,1,3,1\frac{1}{2},1,4,2,1\frac{1}{3},1,5,2\frac{1}{2},1\frac{2}{3},1\frac{1}{4},1,6,3,2,1\frac{1}{2},1\frac{1}{5},1,7,3\frac{1}{2},2\frac{1}{3},\cdots$

このとき，はじめから **100** 番目の数は $\boxed{①}$ です。また，はじめから $\boxed{②}$ 番目に **3** 回目の $2\frac{1}{3}$ が現れます。

（変形前）

1						
2	1					
3	$1\frac{1}{2}$	1				
4	2	$1\frac{1}{3}$	1			
5	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{4}$	1		
6	3	2	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{5}$	1	
7	$3\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{3}$	…	…	…	…

⇨

（変形後）

1 組 →	$\frac{1}{1}$						
2 組 →	$\frac{2}{1}$	$\frac{2}{2}$					
3 組 →	$\frac{3}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{3}$				
4 組 →	$\frac{4}{1}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{4}$			
5 組 →	$\frac{5}{1}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{5}$		
6 組 →	$\frac{6}{1}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{6}{3}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{6}{6}$	
7 組 →	$\frac{7}{1}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{7}{3}$	…	…	…	…

1 個，2 個，3 個，4 個，… と組分けし，各組の分子をそろえると上のようになります。

① 1＋2＋3＋ … ＋13＝91 なので，100 番目の数は 14 組の 100－91＝9 番目です。

$\rightarrow \frac{14}{9}=\underline{1\frac{5}{9}}$ です。

② $2\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$ なので，1 回目は $\frac{7}{3}$ として現れ，2 回目は $\frac{14}{6}$ として現れ，3 回目は $\frac{21}{9}$ として現れます。

21 組の 9 番目の数を求めるとよいので，

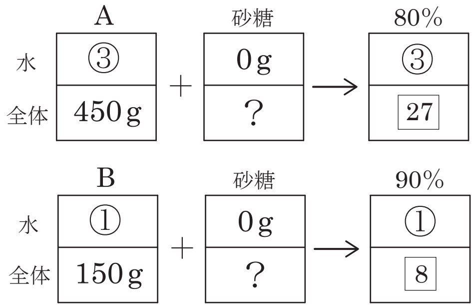
(1＋2＋3＋ … ＋20)＋9＝210＋9

＝<u>219 番目</u>です。

4

容器 A に濃度が □ %の砂糖水 600 g が入っており，そのうち 150 g を空の容器 B に移しました。その後，65 g の砂糖を 2 つに分けて，一方を容器 A に，もう一方を容器 B に入れてよくかき混ぜたところ，すべての砂糖が溶け，容器 A の砂糖水の濃度は 20%に，容器 B の砂糖水の濃度は 10%になりました。

濃度 20% → 全体の 80%が水
濃度 10% → 全体の 90%が水
であることに注目しましょう。



はじめの A，B の水の量を③, ①とすると，砂糖を混ぜた後も変わらずに③, ①です。全体の 80%，90%がそれぞれの水の量なので，A と B の全体量の比は

$\frac{③}{0.8}:\frac{①}{0.9}=27:8$ になります。

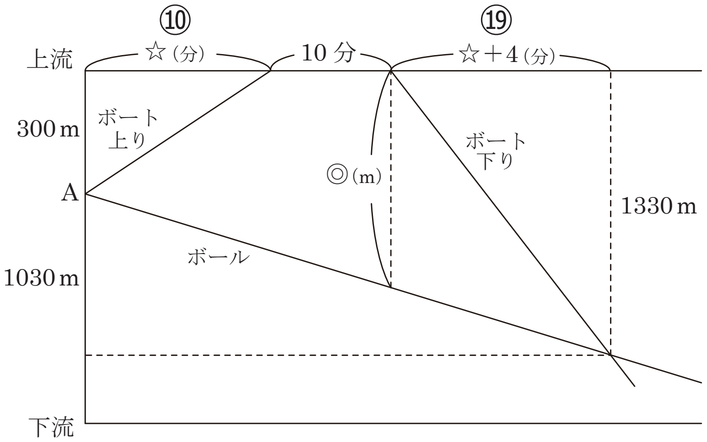
$\boxed{27}$，$\boxed{8}$ とすると，和の $\boxed{35}$ が 600＋65＝665 g にあたります。

$\boxed{35}$＝665 g → $\boxed{8}$＝665×$\frac{8}{35}$＝152 g
→ ①＝152×0.9＝136.8 g … B の水量
→ 150－136.8＝13.2 g … B の砂糖
→ 13.2÷150＝0.088 → 8.8%

5

一定の速さで流れる川でボートをこぎます。静水でボートが進む速さは一定です。

ある地点 A でボールを川の下流に流すと同時に上流に向かってボートをこぎ始めました。そして，地点 A から上流に 300 m のところでボートを川岸につなぎとめて 10 分間休んだのち，下流に向かってこぎました。すると，地点 A から下流に 1030 m のところでボールに追いつきました。下流に向かってこいだ時間は，上流に向かってこいだ時間より 4 分長くかかりました。このとき，静水でボートが進む速さは川の流れの速さの ① 倍で，川の流れの速さは毎分 ② m です。



① （上り＋川）×☆＋川×10＝◎
→（静－川＋川）×☆＋川×10＝◎
→静×☆＋川×10＝◎ …（ア）
（下り－川）×（☆＋4）＝◎
→（静＋川－川）×（☆＋4）＝◎
→静×☆＋静×4＝◎…（イ）

アとイを比べると，川×10＝静×4 が成り立ち，速さ比は川：静＝2：5 になります。　（答え）$\frac{5}{2}$ 倍

② ボートの上りと下りの速さ比は（5－2）：（5＋2）＝3：7 です。
（距離の比）÷（速さ比）＝（時間比）なので，$\frac{300}{3}:\frac{1330}{7}$＝⑩：⑲がわかります。差の⑲－⑩＝⑨が 4 分にあたるので，☆＝4×$\frac{10}{9}$＝$\frac{40}{9}$ 分 → 300÷$\frac{40}{9}$＝67.5 m/分 … 上り

	静	川	上り	下り
（速さ比）	5	2	3	7

→ 川の流れの速さは 67.5×$\frac{2}{3}$＝45 m/分です。

6

3桁（けた）の整数 ABC を $\frac{3}{4}$ 倍すると 3 桁の整数 BCA になり，さらに BCA を $\frac{3}{4}$ 倍すると 3 桁の整数 CAB になります。このような 3 桁の整数 ABC は全部で 2 つあり，$\boxed{①}$ と $\boxed{②}$ です。ただし，①，②の順序は問いません。

ABC		BCA		CAB
4	:	3		
		4	:	3
16	:	12	:	9

上のように 3 つの比をそろえました。
ABC … 16 の倍数　BCA … 12 の倍数
CAB … 9 の倍数
CAB が 9 の倍数なので，A＋B＋C が 9 の倍数になります。つまり，ABC，BCA，CAB のどれも 9 の倍数だとわかります。

ABC は 16 と 9 の公倍数 → 144 の倍数 と限定でき，次の 6 つが候補になります。
ABC＜BCA＜CAB なので，A＞B＞C です。

ABC の候補（144 の倍数）

~~144~~	~~576~~
~~288~~	~~720~~
432	864

ABC は 432 と 864 の 2 通りになります

7

下の表はある月のカレンダーです。この月の㋐～㋔の各週から 1 日ずつ，すべて異なる曜日の 5 日を選んでそれぞれ丸で囲みます。丸で囲んだ 5 つの数の和が 81 になるのは，$\boxed{①}$ 曜日と $\boxed{②}$ 曜日の 2 つの曜日を除いた 5 つの曜日から 5 日を選ぶときです。ただし，①，②の順序は問いません。そして，丸で囲んだ 5 つの数の和が 81 になる選び方は全部で $\boxed{③}$ 通りあります。

	日	月	火	水	木	金	土
㋐		1	2	3	4	5	6
㋑	7	8	9	10	11	12	13
㋒	14	15	16	17	18	19	20
㋓	21	22	23	24	25	26	27
㋔	28	29	30	31			

① もし，すべての週で月曜日を選ぶ場合，和は 1＋8＋15＋22＋29＝75 になり，81 まで 6 不足しています。同じ週において，月曜日を 0 とすると左に 1 つ動かすと和が 1 減り，右に 1 つ，2 つ，… と動かすと和が 1，2，…と増えます。

日	月	火	水	~~木~~	金	~~土~~
−1	0	＋1	＋2	~~＋3~~	＋4	~~＋5~~

上の表の数から 6 になる 5 つの数の組み合わせを考えると次のものしかありません。
よって，木曜日と土曜日を除いた 5 つの曜日から選びます。

② 〈㋐の週＝金のとき〉

	日	月	火	水	木	金	土
㋐		1	2	3	4	5	6
㋑	7	8	9	10	11	12	13
㋒	14	15	16	17	18	19	20
㋓	21	22	23	24	25	26	27
㋔	28	29	30	31			

㋑ ㋒ ㋓ ㋔
4×3×2×1＝24 通り

〈㋐の週＝月のとき〉

	日	月	火	水	木	金	土
㋐		1	2	3	4	5	6
㋑	7	8	9	10	11	12	13
㋒	14	15	16	17	18	19	20
㋓	21	22	23	24	25	26	27
㋔	28	29	30	31			

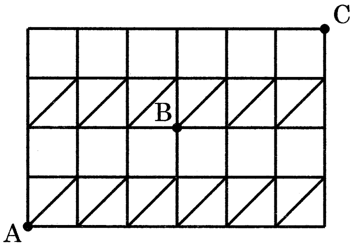
㋔ ㋑ ㋒ ㋓
3×3×2×1＝18 通り

㋐の週が火水のときも同じく 18 通りです。
→ 全部で 24＋18×3＝78 通りです。

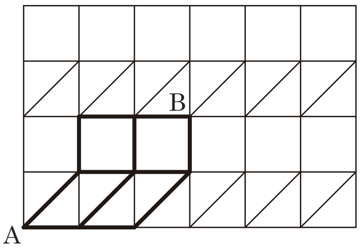
8

右の図のような，同じ大きさの正方形からなるマス目があり，12 個の正方形には対角線が引かれています。

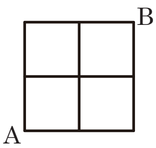
図の正方形の辺や対角線をたどって，最短距離（きょり）で A から B まで移動する経路の選び方は全部で ① 通りあります。また，最短距離で A から C まで移動する経路の選び方は全部で ② 通りあります。



①

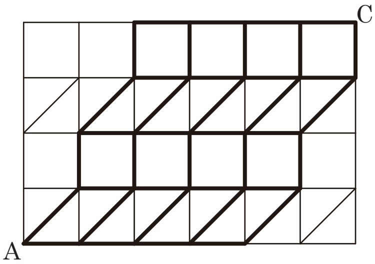


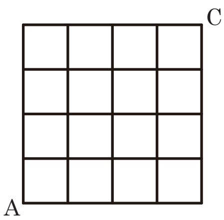
A→B の最短経路は太線の道を進みます。



これは左図のようなコースと同じなので，経路の道順は ${}_4C_2=\dfrac{4\times3}{2\times1}=$ 6 通りです。

②





合計 8 本の辺を通って移動します。左図より，

${}_8C_4=\dfrac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}$

$=$ 70 通りです。

9

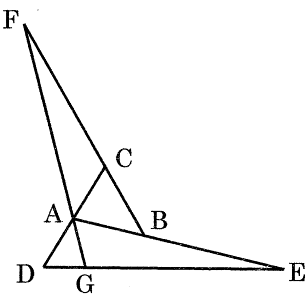
右の図で，

（AC の長さ）:（AD の長さ）= 1 : 1

（AB の長さ）:（BE の長さ）= 1 : 2

（BC の長さ）:（CF の長さ）= 1 : 3

です。このとき，三角形 ADG の面積は，三角形 ABC の面積の □ 倍です。

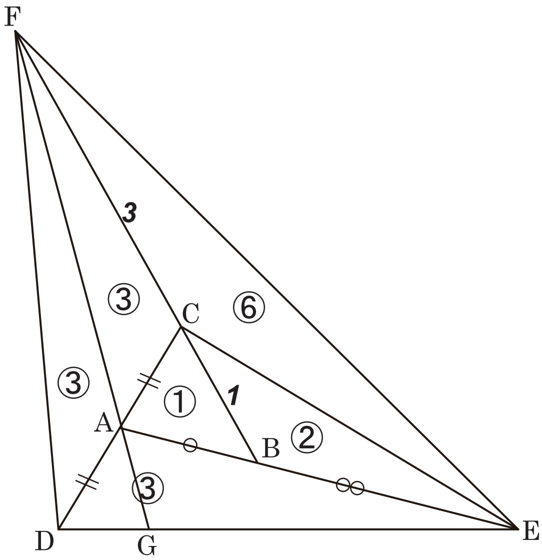


面積比は右図のようになります。

三角形ADE は③と表せます。三角形FDA と三角形FAE の面積比が 3 : 12＝1 : 4 なので，DG : GE＝1 : 4 です。

三角形ADG は③$\times\dfrac{1}{5}=$ 0.6 になるので，

これは三角形ABC（①）の 0.6 倍です。



$\boxed{10}$

右の図のような，辺の長さがすべて 10 cm の四角すい O-ABCD があります。辺 OA，OB，OC 上に点 P，Q，R を

（OPの長さ）＝（ORの長さ）＝ $\boxed{}$ cm，（OQの長さ）＝ 6 cm

となるようにとると，3 点 P，Q，R を通る平面上に点 D があります。

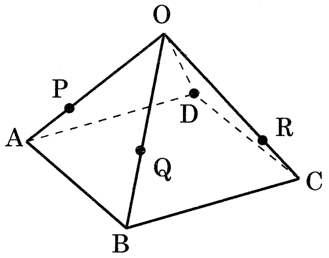


図 1

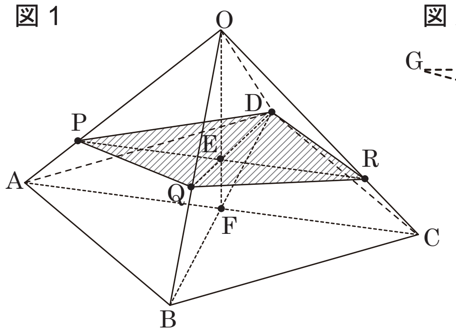
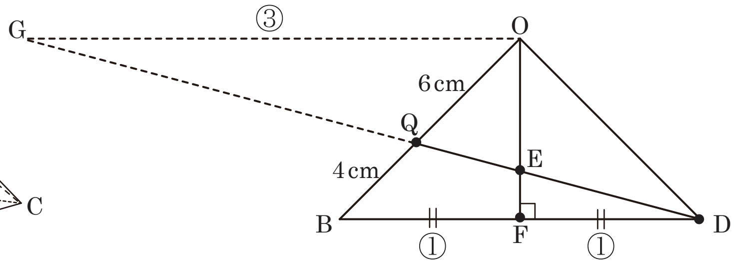


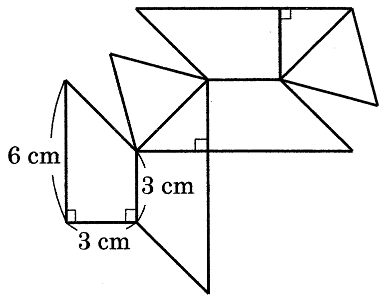
図 2

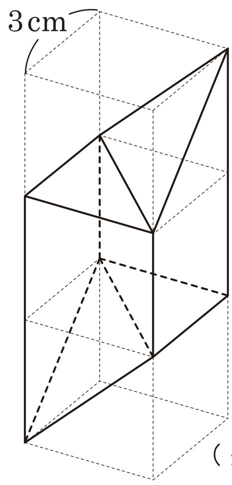


同一平面は図 1 のようになり，PR と QD の交点 E は垂線 OF 上にあります。三角形OBD について（図 2），平行線を作図すると三角形GOQ と三角形DBQ が 6 : 4＝3 : 2 の相似です。三角形OGE と三角形FDE の相似に注目すると OE : EF＝3 : 1 になるので，正四面体の OP : PA＝OR : RC＝3 : 1 です。よって，OP＝OR＝$10\times\frac{3}{4}$＝7.5 cm です。

$\boxed{11}$

展開図が右の図のような立体の体積は $\boxed{}$ cm³ です。ただし，4 つの四角形の面はすべて合同な台形です。また，三角形の面のうち，2 つは直角二等辺三角形，残り 2 つは正三角形です。





（完成図）

完成した立体は，一辺が 3 cm の立方体を 3 個積み重ねた立体（直方体）の中にできる立体です。

立方体 1 つと三角すい 2 つをつなげた立体なので，

体積は $3\times3\times3 + 3\times3\times\frac{1}{2}\times3\times\frac{1}{3}\times2$

$=27+9=36\ \text{cm}^3$ です。

$\boxed{12}$

平面上に辺 AB の長さが 6 cm の直角二等辺三角形 ABC の板があり，半径が 6 cm の円の形をした輪をはじめ右図 1 の位置に置きます。この輪が，下の①，②，③の順に動き，図 1 の位置にもどるまでの間に通過する部分の面積は $\boxed{}$ cm² です。ただし，板は動かず，輪の太さは考えないものとします。また，回転の向きは時計の針が回る向きです。

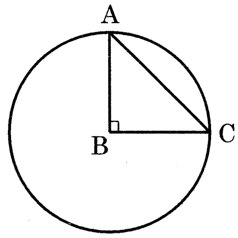


図1

① 点 C の周りに 60° 回る。
② 点 B の周りに 30° 回る。
③ 点 A の周りに 60° 回る。

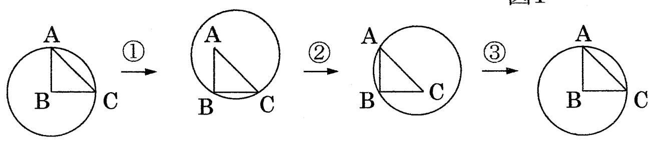


図1　図2　図3　図1

なお，下図 4 は，図 1，図 2，図 3 の位置にある輪を重ね合わせてかいたものです。

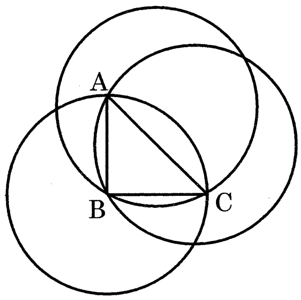
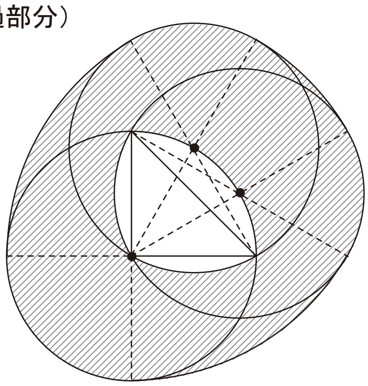
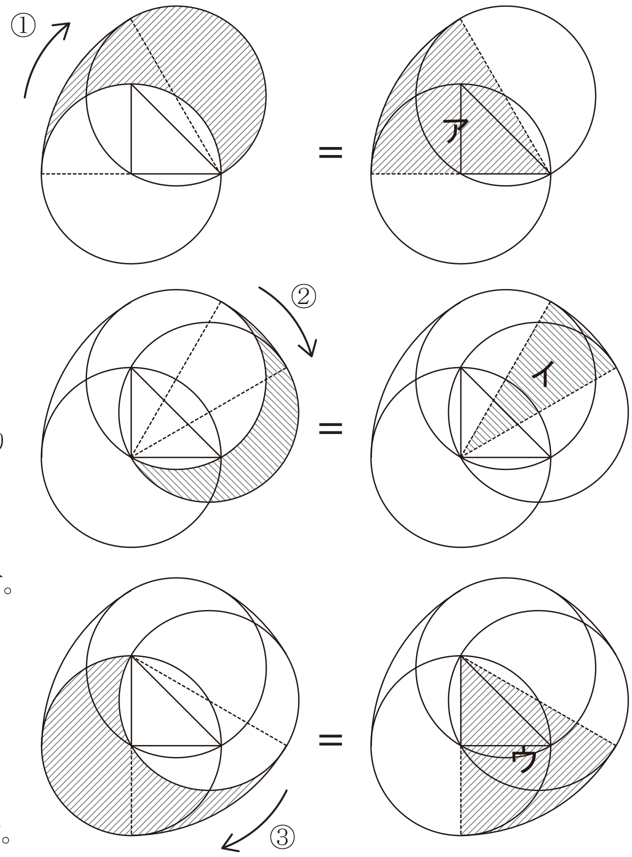


図4

（通過部分）





輪の通過する部分は上図の斜線部分になります。中央の部分は通過しません。
これを左図の①②③の動きにしたがって，3 つの部分**アイウ**に分けて面積を考えます。

$12 \times 12 \times \pi \times \frac{1}{6} = 24\pi$ (cm²)…**ア**

$12 \times 12 \times \pi \times \frac{1}{12} = 12\pi$ (cm²)…**イ**

$12 \times 12 \times \pi \times \frac{1}{6} = 24\pi$ (cm²)…**ウ**

合計の面積は $4\pi + 12\pi + 24\pi$

$= 60\pi =$ 188.4 cm² になります。