$\boxed{1}$　$\dfrac{3}{10}+\dfrac{2}{35}+\dfrac{4}{77}+\dfrac{2}{143}=30\div\left(76-\boxed{}\div1\dfrac{4}{7}\right)$

$$(\text{左の式})=\frac{3}{2\times5}+\frac{2}{5\times7}+\frac{4}{7\times11}+\frac{2}{11\times13}$$
$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{11}+\frac{1}{11}-\frac{1}{13}$$
$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{13}=\frac{11}{26}$$

$$30\div\left(76-\square\div1\frac{4}{7}\right)=\frac{11}{26}$$
$$76-\square\div1\frac{4}{7}=30\div\frac{11}{26}=\frac{780}{11}$$
$$\square\div1\frac{4}{7}=76-\frac{780}{11}=\frac{56}{11}$$
$$\square=\frac{56}{11}\times1\frac{4}{7}=\underline{8}$$

$\boxed{2}$

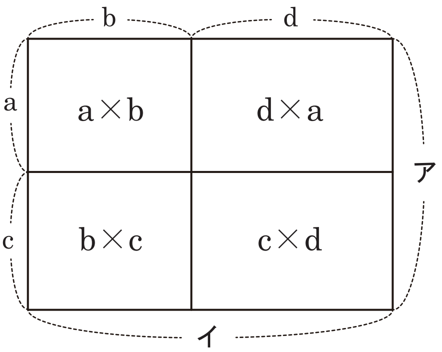
りんごが $\boxed{①}$ 個，オレンジが $\boxed{②}$ 個あります。りんご 2 個とオレンジ 3 個のセットで箱づめすると，オレンジはちょうど使い切りますがりんごは 8 個余ります。りんご 3 個とオレンジ 4 個のセットで箱づめすると，りんごはちょうど使い切りますがオレンジは 8 個余ります。

りんご …②＋8 個＝$\boxed{3}$
オレンジ …③ ＝$\boxed{4}$＋8 個
りんご ×3 …⑥＋24 個＝$\boxed{9}$
オレンジ ×2 …⑥ ＝$\boxed{8}$＋16 個

差に注目すると，
$\boxed{1}$＝24＋16＝40 個がわかります。
$\boxed{3}$＝40×3＝<u>120 個</u> …りんご
$\boxed{4}$＋8＝40×4＋8＝<u>168 個</u> …オレンジ

$\boxed{3}$

4 個の整数 a, b, c, d があり，b は a より 1 大きく，c は b より 1 大きく，d は c より 1 大きいです。 $a\times b+b\times c+c\times d+d\times a$ を計算すると 2400 になるとき，a は $\boxed{}$ です。



a×b＋b×c＋c×d＋d×a を面積図にすると左のようになります。4 つの長方形の面積の和が 2400 を表し，ア＝a＋c，イ＝b＋d とすると，アとイの差は 2 になります。
積が 2400 で，差が 2 になる 2 つの数は，
ア＝48，イ＝50 なので，a＋c＝48
→ a＝(48－2)÷2＝<u>23</u> です。

$\boxed{4}$

3 を 8 個かけてできる数 3×3×3×3×3×3×3×3，すなわち 6561 の約数のうち，4 で割ると 1 余るものは，1 を含(ふく)めて全部で $\boxed{①}$ 個あります。

また，30 を 8 個かけてできる数 30×30×30×30×30×30×30×30 の約数のうち，4 で割ると 1 余るものは，1 を含めて全部で $\boxed{②}$ 個あります。

①

6561 の約数	1	3	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8
4 で割ったときのあまり	1	3	1	3	1	3	1	3	1

×3　×3　×3　…

3^8＝6561 の約数は全部で 9 個あります。

4 で割ったときのあまりが 3 の数に，3 をかけると 9 になり，9 は 4 で割るとあまりが 1 です。左の表のようにあまり「1・3」がくりかえされるので，答えは<u>5 個</u>になる。

（次のページに続く）

② $30^8=2^8\times3^8\times5^8$ です。この数の約数の中で偶数は 4 で割ると 1 あまらないので，結局，$3^8\times5^8$ の約数の中で 4 で割ると 1 あまる数を考えます。$3^8\times5^8$ の約数は表のように $9\times9=81$ 個あります。4 で割ったときのあまりが 1 の数に，5 をかけると 5 になり，5 は 4 で割るとあまりが 1 で，5 を何度かけてもあまりが 1 で変わりません。あまりが 3 の数も 5 をかけても 3 のままです。表のマスの中の数は 4 で割ったときのあまりをあらわしており，5×9＝45 個あります。

×	1	3	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8
1	1	3	1	3	1	3	1	3	1
5	1	3	1	3	1	3	1	3	1
5^2	1	3	1	3	1	3	1	3	1
5^3	1	3	1	3	1	3	1	3	1
5^4	1	3	1	3	1	3	1	3	1
5^5	1	3	1	3	1	3	1	3	1
5^6	1	3	1	3	1	3	1	3	1
5^7	1	3	1	3	1	3	1	3	1
5^8	1	3	1	3	1	3	1	3	1

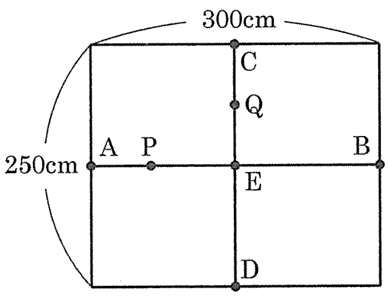
×5　×5　×5　×5　⋮

例えば，これは $3^8\times5^8$ の約数の 1 つである $3^5\times5^7$ をあらわします。

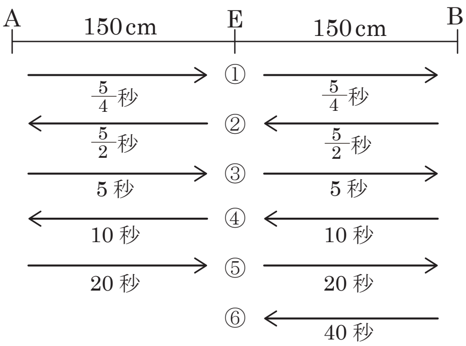
5

右の図のように，縦 250cm，横 300cm の長方形があり，各辺の真ん中の点をそれぞれ A，D，B，C とします。また，直線 AB と直線 CD は点 E で交わります。

点 P は直線 AB 上にあり，A と B の間を繰り返し往復します。はじめ，P は A を出発して秒速 120cm で進み，B または A で折り返すごとに速さが 0.5 倍になります。また，点 Q は C を出発して一定の速さで直線 CD 上を進み，D に着くとそこで止まります。



P と Q が同時に出発したところ，ある時刻に同時に E を通りました。このような Q の速さの中で 2 番目に速いものは秒速 $\boxed{①}$ cm，6 番目に速いものは秒速 $\boxed{②}$ cm です



点 P は出発時の速さで 150cm を進むとき，$150\div120=\frac{5}{4}$ 秒かかります。その後，折り返すたびに速さが $\frac{1}{2}$ 倍になり，時間は 2 倍になっていきます。かかる時間をまとめると左図のようになります。

点 P が図の①の時点で，点 Q が E に着くとき，点 Q の速さは 1 番速くなります。

②のときは $\frac{5}{4}\times2+\frac{5}{2}=5$ 秒かかる。→ 2 番目の速さは 125÷5＝25 cm/秒です。

⑥のときは $\left(\frac{5}{4}+\frac{5}{2}+5+10+20\right)\times2+40=117.5$ 秒$=\frac{235}{2}$ 秒

→ 6 番目の速さは $125\div\frac{235}{2}=\frac{50}{47}$ cm/秒です。

6

4 桁(けた)の整数 a と 2 桁の整数 x があります。a と x をかけると 119868 になります。また，a の十の位の数と一の位の数をどちらも 0 に置きかえてできる 4 桁の整数と x をかけると 117600 になります。このような整数 a，x のうち，a が最も大きいものは，a = ① ，x = ② です。

4 桁の整数 a を ABCD とすると，

ABCD × x ＝ 119868

AB00 × x ＝ 117600

差に注目すると，

CD × x ＝ 2268

また，　AB × x ＝ 1176　がいえます。

2268 と 1176 の最大公約数は 84 なので，

x は 84 の約数の中から候補にあがります。

x の候補（84 の約数）

1	2	3	4	6	7
84	42	28	21	14	12

2268÷21＝108，2268÷28＝81 なので，

x が 21 以下のとき，CD は 3 桁になってしまいふさわしくありません。

x の候補（84 の約数）

~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~6~~	~~7~~
84	42	28	~~21~~	~~14~~	~~12~~

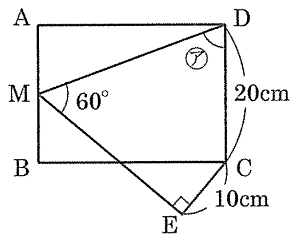
x がなるべく小さいとき，ABCD は大きくなる。x＝28 のとき，AB＝1176÷28＝42，CD＝2268÷28＝81 でうまくいきます。

（答） a＝4281，x＝28

7

右の図で，四角形 ABCD は長方形で，辺 AB の真ん中の点が M です。また，2 本の直線 CE，ME は垂直です。

このとき，角㋐の大きさは　　　度です。

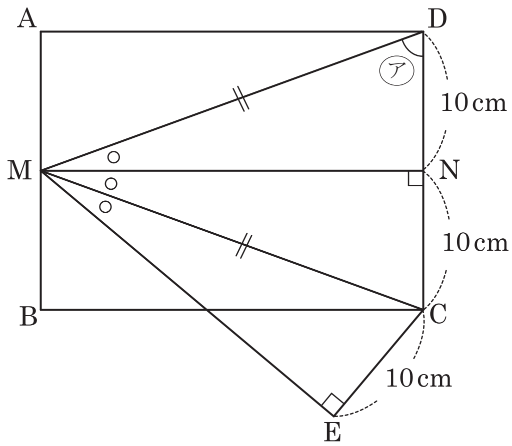


CD の中点を N とします。

三角形MND と三角形MCN と三角形MCE の 3 つは合同な直角三角形になります。

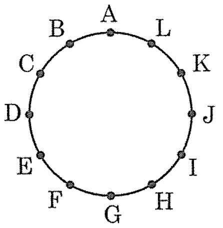
○×3＝60 度 → ○＝20 度

→ ㋐＝90－20＝70 度です。



8

右の図で，円周を 12 等分した点を A，B，…，L とします。これら 12 個の点から異なる 3 点を選んで三角形をつくるとき，どの辺の長さも円の半径より大きくなるような三角形は全部で ＿＿＿ 個あります。ただし，合同な三角形でも，頂点が異なるときには異なる三角形として数えます。



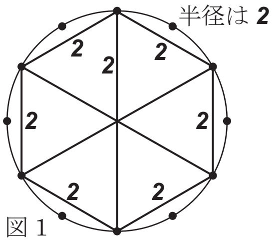


図 1

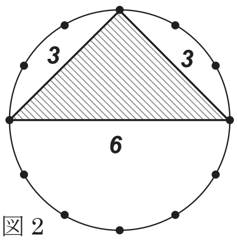


図 2

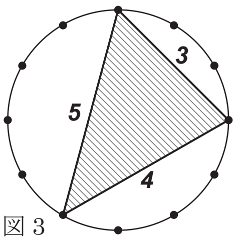


図 3

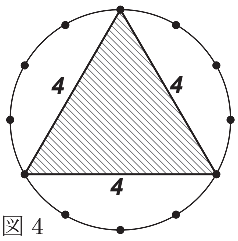


図 4

12 等分点の 2 つ分の間隔を **2** と表します。図 1 の正六角形の半径より，問題では，どの辺も **2** より大きい三角形を作ります。

（**3**，**3**，**6**）のタイプ…図 2
3＋3＋6＝12 のように，3 辺の和が **12** になる三角形を探します。これは直角二等辺三角形で，円の中に 12 個あります。

（**3**，**4**，**5**）のタイプ…図 3
この三角形は左右対称のものも考えるので，円の中に 12×2＝24 個あります。

（**4**，**4**，**4**）のタイプ…図 4
正三角形ができ，円の中に 4 個あります。

3 種類を合わせると 12＋24＋4＝40 個です。

9

光が鏡で反射するときには，図 1 のように角㋐と角㋑の大きさが等しくなります。

図 2 は，3 枚の鏡 AB，BC，CA で，何回も反射しながら同じ経路を繰り返し進む光の様子を表しています。このとき，角㋒の大きさは ＿＿＿ 度です。

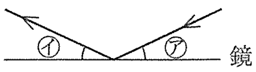


図1

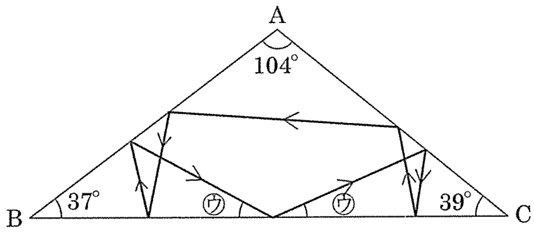
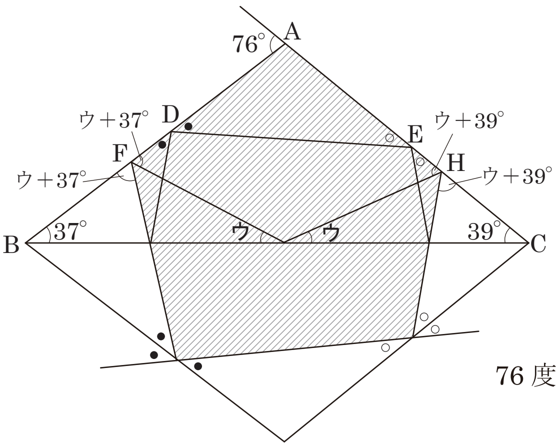


図2



三角形ABC を辺 BC で折り返します。点 D, E で反射するときの角度を●，○とすると，●＋○＝180－104＝76 度になります。

三角形の外角に注目すると，点 F, H での反射の角度は図のように表せます。

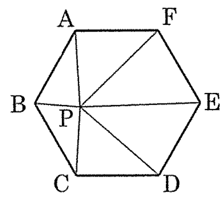
斜線部分の五角形の外角の和に注目すると，

$$\underbrace{76\text{ 度}+\text{ウ}+37\text{ 度}+\text{ウ}+39\text{ 度}}_{\text{和 }76\text{ 度}}+\underbrace{●●+○○}_{76\text{ 度}\times 2}=360\text{ 度}$$

→ ウ＝(360－76×4)÷2＝28度です。

$\boxed{10}$

右の図のように，正六角形 ABCDEF の内側に点 P をとり，6 つの頂点と P をそれぞれ直線で結びます。三角形 ABP，CDP，EFP の面積がそれぞれ 3cm²，5cm²，8cm² であるとき，三角形 BCP の面積は $\boxed{\quad\quad}$ cm² です。

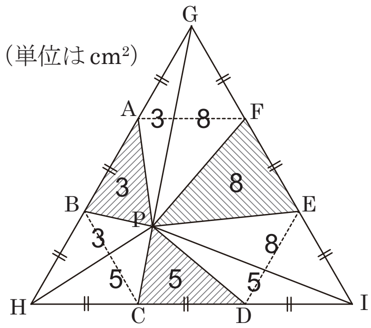


正六角形を延長し，大きな正三角形を作って考えます。

正三角形GHI は $(3+5+8)\times 3=48$ cm²

→ 正三角形BHC は $48\div 9=\dfrac{16}{3}$ cm²

→ 三角形BCP は $3+5-\dfrac{16}{3}=\dfrac{8}{3}$ cm² になります。

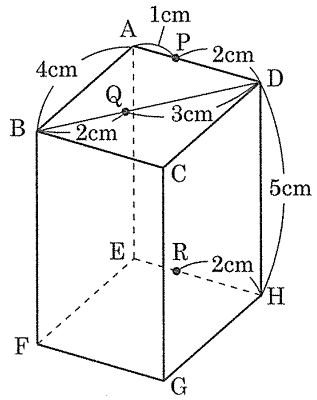


$\boxed{11}$

右の図のように，直方体 ABCD - EFGH と 3 点 P，Q，R があります。3 点 B，D，H を通る平面を㋐，3 点 P，Q，R を通る平面を㋑，3 点 A，B，H を通る平面を㋒とします。

この直方体を平面㋐と㋑で切って，4 つの立体に分けるとき，頂点 E を含む立体の体積は $\boxed{\text{①}\quad}$ cm³ です。

また，この直方体を平面㋐と㋑と㋒で切って，8 つの立体に分けるとき，頂点 E を含む立体の体積は $\boxed{\text{②}\quad}$ cm³ です。



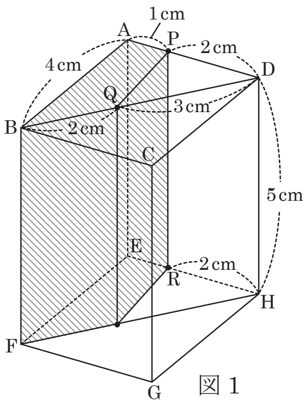


図 1

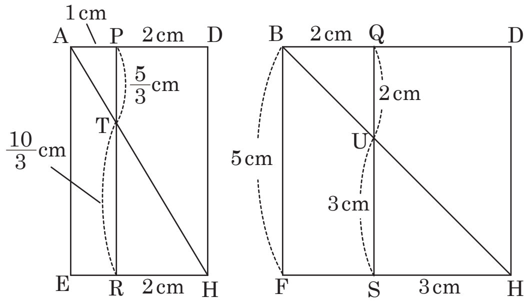


図 2

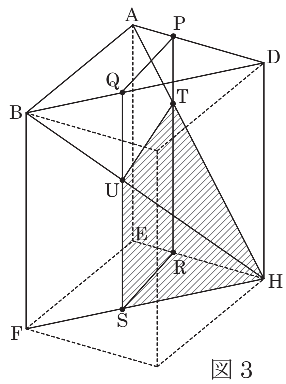


図 3

① 底面が四角形ABQP となる四角柱です（図 1）。$4\times 3\times\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{5}\right)\times 5=18$ cm³

② 長方形AEHD，長方形BFHD に注目すると，$\text{TR}=\dfrac{10}{3}$ cm，US＝3 cm です（図 2）。

図 3 の斜線部分の切断三角柱の体積は $\underbrace{4\times 3\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{5}}_{\text{三角形PQD}}\times\underbrace{\dfrac{\frac{10}{3}+3+0}{3}}_{\text{高さ平均}}=\dfrac{76}{15}$ cm³。

四角すいH-ABFE の体積は $4\times 5\times 3\times\dfrac{1}{3}=20$ cm³ なので，

切断したときの点 E を含む立体は $20-\dfrac{76}{15}=\dfrac{224}{15}$ cm³ になります。