1

K君は，自宅からおばさんの家まで，スイカ２つを一人で運ぶつもりでした。ところが，弟のS君が「ぼくも手伝う！」と言ったので，次のようにしました。

1) K君とS君がそれぞれスイカを１つずつ持って，同時に自宅を出発する。
2) K君の方がS君より進む速さが速いので，おばさんの家に先に着く。そこで，すぐにスイカを置いて，S君に出会うまで引き返す。
3) K君は，S君に出会ったらすぐにS君からスイカを受け取り，すぐにおばさんの家に向かう。

ここで，K君の進む速さは
　スイカを２つ持っているときは　　毎分　60m,
　スイカを１つ持っているときは　　毎分　80m,
　スイカを持っていないときは　　　毎分　100m
です。

スイカ２つを運び終えたK君がおばさんの家で休んでいると，後から追いかけてきたS君が到着しました。

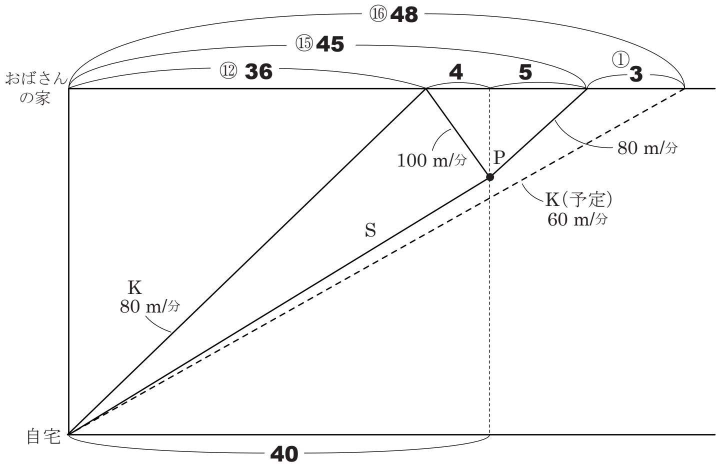
S君「おにいちゃん，ぼく，役に立った？」
K君「もちろんだよ！ ぼくが一人で運ぶつもりだったけど，そうするのに比べて，$\frac{15}{16}$ 倍の時間で運び終えられたからね。ありがとう！」
S君「ほんと!? よかった！」

次の問いに答えなさい。

(1) K君が一度目におばさんの家に着いてから，二度目におばさんの家に着くまでの時間は，K君がはじめに一人でスイカ２つを運ぶのにかかると考えていた時間の何倍ですか。

(2) 引き返したK君がS君に出会った地点から，おばさんの家までの距離は，自宅からおばさんの家までの距離の何倍ですか。

(3) S君がスイカを１つ持って進む速さは毎分何 m ですか。



(1) 80 m/分と 60 m/分の速さは比は 4：3 なので，自宅からおばさんの家までかかった時間の比は 3：4 です。

K君は予定の $\frac{15}{16}$ 倍の時間で運び終えたので，グラフの丸数字のようになります。また，おばさんの家と P(K君とS君が出会う地点）の間にかかる時間の比が 4：5 なので比をそろえることができます。

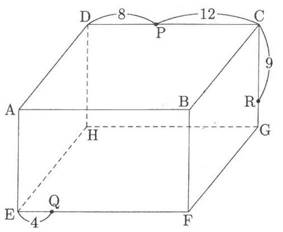
K君がおばさんの家に着いてから再びもどるまでの時間は **4**＋**5**＝**9**，K君がはじめにかかると考えていた時間は⑯＝**48** なので，答えは $\frac{9}{48}=\frac{3}{16}$ 倍です。

(2) Pとおばさんの家までの距離を 400×**4**＝1600，自宅からおばさんの家までの距離を 80×**36**＝2880 なので，1600：2880＝5：36 → 答えは $\frac{5}{36}$ 倍です。

(3) 自宅から P までの 2880−1600＝1280 を **36**＋**4**＝**40** の時間をかけるので，速さは 1280÷40＝62 m/分です。

2

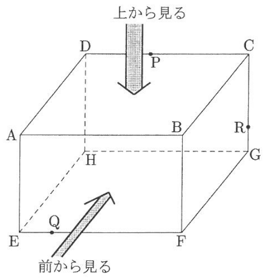
次の図のような直方体 ABCD-EFGH があります。また，辺 CD, EF, GC 上にそれぞれ点 P, Q, R があり，DP＝8cm, PC＝12cm, EQ＝4cm, CR＝9cm が成り立っています。



（単位は cm ）

3 点 P, Q, R を通る平面でこの直方体を切断し，切断したときにできる切り口の図形を X とします。

図形 X を前から見ると（面 ABFE に垂直な方向から見ると），面積が 228 cm² の図形に見えます。
図形 X を上から見ると（面 ABCD に垂直な方向から見ると），面積が 266 cm² の図形に見えます。



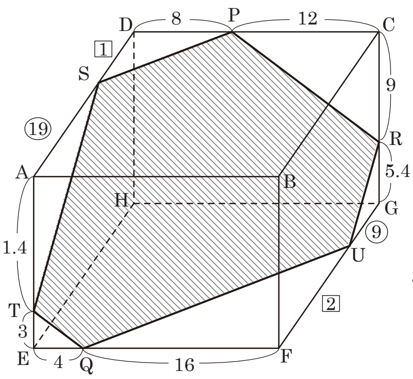
このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 図形 X は何角形ですか。
(2) 直方体の高さ（辺 AE の長さ）は何 cm ですか。
(3) 直方体の奥行き（辺 AD の長さ）は何 cm ですか。

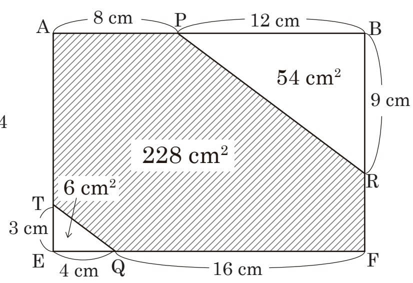
(1) P, Q, R を通る平面で切断すると，AD, AE, FG 上の点 S, T, U を通り，切り口の形は六角形になります（図 1）。

(2) 三角形CPR と三角形EQT が相似な直角三角形なので，TE＝3 cm がわかります。（図 2）での面積が 228 cm² で，228＋54＋6＝288 cm² の長方形に注目します。

AE の長さは 288÷20＝14.4 cm です。

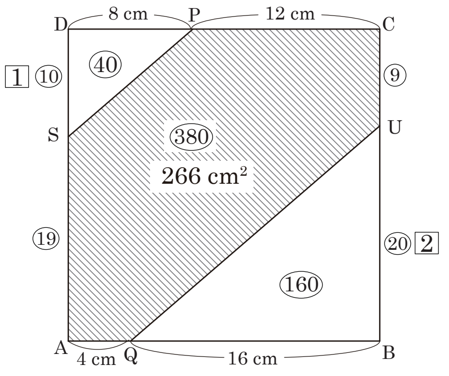


（図 1）



（図 2）前から見た図

（次のページに続く）



（図 3） 上から見た図

(3) AT＝14.4－3＝11.4 cm, RG＝14.4－9＝5.4 cm です。

三角形ATS と三角形GRU は相似な関係で，AS：GU＝11.4：5.4＝⑲：⑨，

また，DS：FU＝8：16＝$\boxed{1}$：$\boxed{2}$ がわかります。

⑲＋$\boxed{1}$＝$\boxed{2}$＋⑨ → $\boxed{1}$＝⑩で比は（図 3）のようになり，

長方形ABCD は ㉙×20＝580，

三角形DSP は ⑩×8÷2＝㊵，三角形UQB は ⑳×16÷2＝160，

斜線部分を 580－（㊵＋160）＝380 のように表せます。

長方形ABCD が $266\times\dfrac{580}{380}$＝406 cm² → AD＝406÷20＝<u>20.3 cm</u> です。

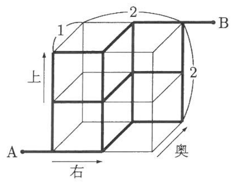
3 空間内または平面上にひかれた道を進んで，点 A から点 B まで移動するとき，その移動経路が何通りあるかを考えます。

(1) 《図 1》は一辺の長さが 1 の立方体を 4 個組み合わせて，横幅 2，高さ 2，奥行き 1 の直方体をつくり，その直方体と点 A，B を結ぶ道をつけたものです。図の中で点 A と点 B を結ぶ太線が，通ることのできる道です。

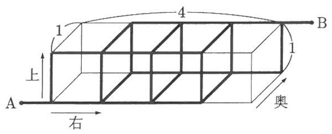
《図 2》は一辺の長さが 1 の立方体を 4 個組み合わせて，横幅 4，高さ 1，奥行き 1 の直方体をつくり，その直方体と点 A，B を結ぶ道をつけたものです。《図 1》と同じく太線で表された道を通ることができます。

これらの道を，右，上または奥のいずれかの方向に進むことで，点 A から点 B まで移動するとき，考えられる移動経路は，《図 1》，《図 2》のそれぞれについて何通りありますか。

《図 1》



《図 2》



(2) 《図 3》は一辺の長さが 1 の正方形を 2 個並べて，横 1，縦 2 の長方形をつくり，その長方形と点 A，B を結ぶ道をつけたものです。図の中で点 A と点 B を結ぶすべての線が，通ることのできる道です。

《図 4》は一辺の長さが 1 の正方形を 3 個並べて，横 3，縦 1 の長方形をつくり，その長方形と点 A，B を結ぶ道をつけたもので，《図 5》は一辺の長さが 1 の正方形を 6 個並べて，横 3，縦 2 の長方形をつくり，その長方形と点 A，B を結ぶ道をつけたものです。それぞれ《図 3》と同じく，点 A，B を結ぶすべての線を道として通ることができます。

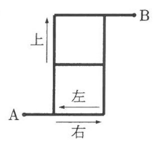
次のような規則に従ってこれらの道を通り，点 A から点 B まで移動することを考えます。

規則「一回だけ左に 1 進み，それ以外は右または上に進む」

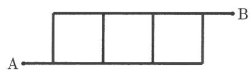
ただし，進む方向を変更できるのは正方形の頂点の場所だけです。点 A にもどったり，点 B からもどったりはできません。また，規則に従うかぎり，同じ道を 2 回以上通ることも可能です。

このとき，《図 3》の点 A から点 B までの移動経路は 10 通りあります。では，《図 4》，《図 5》のそれぞれについて，考えられる移動経路は何通りありますか。

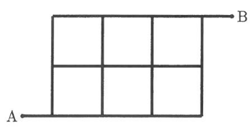
《図 3》



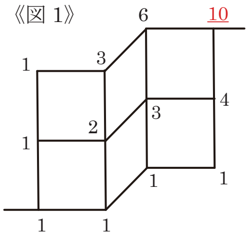
《図 4》



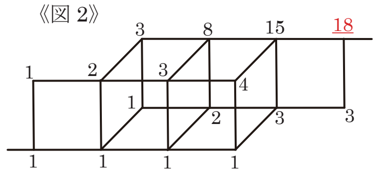
《図 5》



《図 1》



《図 2》

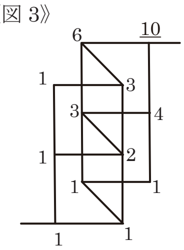


(1) 上の図のように各頂点での道順の数を書き込んでいきます。《図 1》は<u>10 通り</u>，《図 2》は<u>18 通り</u>になります。

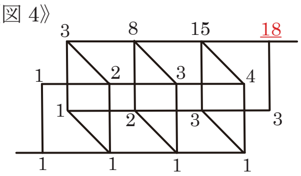
(2)「1 回だけ左に 1 進む」ことを「奥に 1 進む」ことに置き換えて考えていきます。

例で示されている《図 3》の 10 通りは(1)の《図 1》と同じ経路です。《図 4》《図 5》はそれぞれ下図の経路を考えることと同等ですので，《図 4》は<u>18 通り</u>（図 2 の答えと同じ），《図 5》は<u>63 通り</u>になります。

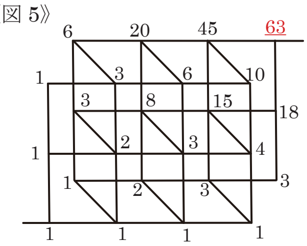
《図 3》



《図 4》



《図 5》

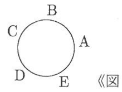


4 A, B, C, D, E の 5 人が，次の 10 枚のカードを使って，ゲームをします。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
♡	♠	♡	♠	♡	♠	♡	♠	♡	♠

（これらのカードはこれ以降，左から順に 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, T と書き表すことにします。）

まず，5 人が右の《図 1》のようにまるく座（すわ）ります。
次に，5 人に 1 枚ずつ，♡ のカードを配ります。
さらに，5 人に 1 枚ずつ，♠ のカードを配ります。
そして，次の **手順** [1]，**手順** [2] を行います。



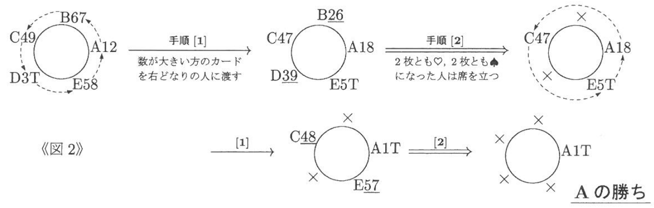
《図 1》

手順 [1] 座っている全員が，持っている 2 枚のカードのうち，数が大きい方を，右どなりの人にわたす。（これ以降，この手順を 記号 ⟶ で表します。）

手順 [2] 持っているカードが 2 枚とも ♡，または，2 枚とも ♠ になった人は，ゲームに負けとなり，席を立つ（このとき，この人が持っているカードもゲームから除かれる）。また，持っているカードが ♡，♠ 1 枚ずつになった人は，そのカードを持ったまま座りつづけ，ゲームに残る。（これ以降，この手順を 記号 ⟹ で表します。）

ここで，座っている人が 1 人だけになったら，その人の勝ちでゲームは終わります。
座っている人が複数いる場合は，座っている人が 1 人だけになるまで，⟶ と ⟹ を交互（こうご）に繰り返します。座っている人が 1 人になったら，その人の勝ちでゲームは終わりです。（いつまで繰り返しても座っている人が 1 人にならないこともありますが，そのときは引き分けとします。）

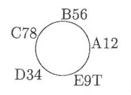
下に，例として，「はじめに，A に 1 と 2 が，B に 6 と 7 が，C に 4 と 9 が，D に 3 と T が，E に 5 と 8 が配られた場合」のゲームの進み方を示しました。ここで，<u>26</u> のように下線が引かれた部分は，そのカードが次の ⟹ でゲームから除かれることを表し，× が書かれた部分は，そこに座っていた人がすでに負けて席を立っていて，その席が空席になっていることを表します。



《図 2》

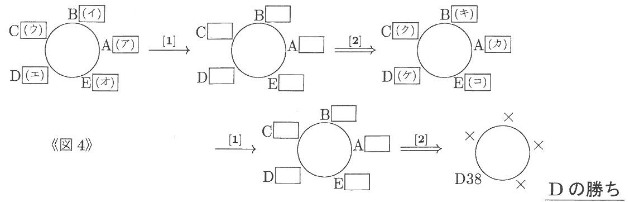
次ページの問いに答えなさい。なお，たとえば「A が 1 と 2 を持っている」ことを，「A12」と表しても「A21」と表しても，どちらでもかまいません。

(1) はじめに配られたカードが《図 3》である場合のゲームの進み方を，《図 2》にならって，解答らんの空らんに数字（1, 2, 3, …, 9, T），文字（A, B, C, D, E），下線，×を適切に入れ，完成させなさい。



《図 3》

(2) 次の《図 4》のように進んだゲームを考えます。



《図 4》

まず以下のようにして，(ケ) に 3 があることを説明しました。

> (ケ) に 3 がないと仮定する。
> このとき，最後に D が 3 と 8 を持っていることと，2 回目の ⟶ で移動したカードのことを考え合わせると，(ク) は (x)，(ケ) は (y) しかありえない。この (ク) と (ケ) の内容から考えると，(ウ) は 29 または (z) だとわかる。
> 一方，1 回目の ⟹ でだれも負けなかったことから
> (ア)，(イ)，(ウ)，(エ)，(オ) はいずれも （★）
> ということが分かるが，これはさきほどの (ウ) の内容と話が合わない。だから，(ケ) に 3 がないと仮定したのは誤りで，実際は，(ケ) には 3 がある。

(a) 上の説明の中の空らん (x), (y), (z) に，数字（1, 2, 3, …, 9, T）を適切に補いなさい。

(b) 上の説明の中の空らん（★）に適切な文章を補いなさい。ただし，次にあげる 2 つの言葉を使うものとし，言葉を使った部分を □ で囲みなさい。

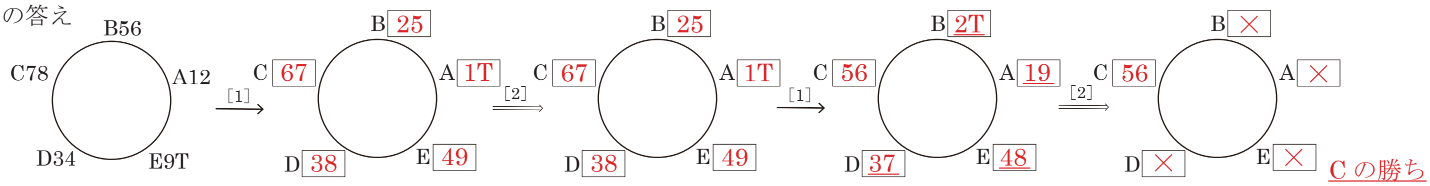
使う言葉 ♡ のカードの数字，♠ のカードの数字

また，次の例のように
$\boxed{\text{♡ のカードの数字}}$ を $\boxed{\text{ハート}}$ に，$\boxed{\text{♠ のカードの数字}}$ を $\boxed{\text{スペード}}$ に
省略してもかまいません。

例 $\boxed{\text{ハート}}$ と $\boxed{\text{スペード}}$ の和が 3 になる

(c) (ア)～(コ) に入る数字の組として，可能性のあるものをすべて答えなさい。解答らんはすべて使うとは限りません。使わない解答らんには，全体に大きく斜線（しゃせん）／ を引きなさい。

(1) の答え



(2)(a) **ケ**に 3 がないとき，C が**ク**のときに 3 を持ち，もう 1 枚は 3 より小さい偶数(♠)の 2 です。→ **ク**は x <u>23</u> です。D が**ケ**で 8 を持ち，もう 1 枚は 8 より大きい奇数(♡)の 9。→ **ケ**は y <u>89</u> です。**ウ→ク**で，2 を残し 9 を D に渡すか，3 を残し 8 を渡すかのどちらか → **ウ**は 29 または z <u>38</u>。

(b) (1) の 1 回目の交換のように，5 人全員が偶数(♠)を渡して偶数(♠)をもらうと，手元には偶数(♠)と奇数(♡)が残るので空席ができません。
ア～オは 12，34，56，78，9T の組み合わせのいずれかで，つまり $\boxed{\text{スペード}}$が$\boxed{\text{ハート}}$よりも 1 大きい。

(c) **ケ**に 3 があるときを考えます(**ク**には 8 がある)。1 回目の交換で 5 人は偶数(♠)を渡すので 3 は D が，8 は B が持つ。→ **イ**＝78，**エ**＝34 がわかり，残り A, C, E の 3 人は 12, 56, 9T のいずれかです。□を奇数，○を偶数とすると，**ア**，**ウ**，**オ**を$\boxed{A}$Ⓐ, $\boxed{C}$Ⓒ, $\boxed{E}$Ⓔ で表せて，表のように交換をします。**ク**より$\boxed{C}$は 8 より小さい奇数，**ケ**よりⒸは 3 より大きい偶数なので，$\boxed{C}$Ⓒは 56 が決定します。次に**キ**よりⒶは 7 より小さい偶数の 2 が，**コ**より$\boxed{E}$は 4 より大きい奇数の 9 が決まり，**ア～コ**は下の表のように決定します(他の解答はありません)。

(a) の表

	A	B	C	D	E
	ア	イ	ウ	エ	オ
↘					
	カ	キ	ク 23	ケ 89	コ
↘				3	9
			2$\boxed{?}$	38	$\boxed{?}$9
	×	×	×	勝ち	×

(c) の表

	A	B	C	D	E
	ア $\boxed{A}$Ⓐ	イ 78	ウ $\boxed{C}$Ⓒ	エ 34	オ $\boxed{E}$Ⓔ
↘	Ⓐ	8	Ⓒ	4	Ⓔ
	カ $\boxed{A}$Ⓔ	キ Ⓐ7	ク $\boxed{C}$8	ケ 3Ⓒ	コ 4$\boxed{E}$
↘	Ⓔ	7	8	Ⓒ	$\boxed{E}$
	$\boxed{A}\boxed{E}$	ⒶⒺ	$\boxed{C}$7	38	4Ⓒ
	×	×	×	勝ち	×

(c) の答え

	A	B	C	D	E
	ア 12	イ 78	ウ 56	エ 34	オ 9T
↘	2	8	6	4	T
	カ 1T	キ 27	ク 58	ケ 36	コ 49
↘	T	7	8	6	9
	19	2T	57	38	46
	×	×	×	勝ち	×