1　$\left(17-\square\times77\right)\times\dfrac{2019}{5}=31+\dfrac{3}{5}-\dfrac{7}{13}$

$$(\text{左の式})=31+\frac{3}{5}-\frac{7}{13}$$
$$=31+\frac{4}{65}=\frac{2019}{65}$$
$$\left(17-\square\times77\right)\times\frac{2019}{5}=\frac{2019}{65}$$
$$\rightarrow 17-\square\times77=\frac{1}{13}$$

$$\rightarrow \square\times77=17-\frac{1}{13}$$
$$=\frac{221}{13}-\frac{1}{13}=\frac{220}{13}$$
$$\rightarrow \square=\frac{220}{13}\times\frac{1}{77}=\underline{\frac{20}{91}}$$

2

$\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\times\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}=\dfrac{1}{\boxed{オ}}$ の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{オ}$ に 2，3，4，5，6，7，8，9 の数から 1 つずつ当てはめて式を完成させました。ただし，同じ数を 2 回以上使うことはできません。また，$\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ と $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ は仮分数でもよく，これ以上約分できない分数です。このとき，$\boxed{オ}$ に当てはまる数は $\boxed{}$ です。

5 と 7 は使用しないでしょう。残りの 2，3，4，6，8，9 は 2 や 3 で素因数分解できることを理解しておきましょう。

$$\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{2\times2}{3\times3}\times\frac{3}{2\times2\times2}=\frac{1}{6}$$

上のように計算すると，**オ**は <u>6</u> になる。

3

A，B，C，D，E，F，G，H はどの 2 つも異なる 2 から 9 までの数字です。3 桁（けた）の整数 ABC と DEF を足すと 4 桁の整数 10GH になり，この足し算でくり上がりは百の位から千の位にだけあるとき，G と H の和は $\boxed{①}$ です。さらにこのとき，A が D より大きいとすると，ABC として考えられる 3 桁の整数は全部で $\boxed{②}$ 個あります。

①
$$\begin{array}{rc:c:c} & A & B & C \\ + & D & E & F \\ \hline & 10 & G & H \end{array} \quad\Rightarrow\quad \begin{array}{l} A+D=10 \\ B+E=G \\ C+F=H \end{array}$$

右の 3 つの式を合計すると，

$$\underbrace{A+B+C+D+E+F}_{ア}=\underbrace{G+H+10}_{イ}$$

A～H の和は 2＋3＋4＋…＋9＝45－1＝44 なので，**ア**，**イ**は（44＋10）÷2＝27 になります。G＋H＝27－10＝<u>17</u> です。G と H の組み合わせは 8，9 と決定します。

②（A，D）＝（3，7），（4，6）の 2 通りあり，それぞれ次の ⌣ の数を入れ替えることができます。

$$\begin{array}{ccccc} \overset{A}{\boxed{3}} & + & \overset{D}{\boxed{7}} & = & 10 \\ \overset{B}{\boxed{2}} & + & \overset{E}{\boxed{6}} & = & \overset{G}{\boxed{8}} \\ \overset{C}{\boxed{4}} & + & \overset{F}{\boxed{5}} & = & \overset{H}{\boxed{9}} \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} \overset{A}{\boxed{4}} & + & \overset{D}{\boxed{6}} & = & 10 \\ \overset{B}{\boxed{2}} & + & \overset{E}{\boxed{7}} & = & \overset{G}{\boxed{9}} \\ \overset{C}{\boxed{3}} & + & \overset{F}{\boxed{5}} & = & \overset{H}{\boxed{8}} \end{array}$$

組み合わせは（2×2×2）×2＝16 通りあるので，ABC は全部で <u>16 個</u> あります。

4

$A=377\times377\times377\times377\times377\times377$ とするとき，A の約数の中で 14 で割ると 1 余るものは，1 を含（ふく）めて全部で $\boxed{①}$ 個あります。また，A の約数の中で 15 で割ると 1 余るものは，1 を含めて全部で $\boxed{②}$ 個あります。

① 377＝13×29 です。A＝377^6＝$13^6\times29^6$ なので，A の約数は（6＋1）×（6＋1）＝49 個あります。まず，1，13，13^2，13^3，… について考えます。

	1	13	13^2	13^3	13^4	13^5	13^6
14 で割ったときのあまり	1	13	1	13	1	13	1
14 で割ったときの不足		1	13	1	13	1	13

（次のページに続く）

13 は，14 でわると不足 1(あまり 13)です。×13 をすると，あまり 1(不足 13)，さらに ×13 で，不足 1(あまり 13)になる。29 は 14 でわるとあまりが 1 で，×29 をしても，あまりや不足は変わりません。約数すべてに関して表にまとめると下のようになり，全部で 4×7＝28 個あります。

（14 で割ったときのあまり・不足）

×	1	13	13^2	13^3	13^4	13^5	13^6
1	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1
29	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1
29^2	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1
29^3	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1
29^4	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1
29^5	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1
29^6	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1	不足 1	あまり 1

②

4×13＝52
52−15×3＝7
7×13＝91
91−15×6＝1

	1	13	13^2	13^3	13^4	13^5	13^6
15 で割ったときのあまり	1	13	4	7	1	13	4
15 で割ったときの不足		2	11			2	11

×13
2×13＝26
26−15＝11

29 は 15 でわると不足 1 です。この表に不足 1 の数をかけるとあまりと不足が入れ替わります。

2×13＝26
26−15＝11

	29×1	29×13	29×13^2	29×13^3	29×13^4	29×13^5	29×13^6
15 で割ったときのあまり	14	2	11			2	11
15 で割ったときの不足	1	13	4	7	1	13	4

×13
15×2−29＝1
4×13＝52
52−15×3＝7
7×13＝91
91−15×6＝1

さらに ×29 をすると，あまりと不足が入れ替わり元にもどります。次の表のようになり全部で 2×4＝8 個です。

（15 で割ったときのあまり・不足）

×	1	13	13^2	13^3	13^4	13^5	13^6
1	あまり 1	不足 2	あまり 4	不足 8	あまり 1	不足 2	あまり 4
29	不足 1	あまり 2	不足 4	あまり 8	不足 1	あまり 2	不足 4
29^2	あまり 1	不足 2	あまり 4	不足 8	あまり 1	不足 2	あまり 4
29^3	不足 1	あまり 2	不足 4	あまり 8	不足 1	あまり 2	不足 4
29^4	あまり 1	不足 2	あまり 4	不足 8	あまり 1	不足 2	あまり 4
29^5	不足 1	あまり 2	不足 4	あまり 8	不足 1	あまり 2	不足 4
29^6	あまり 1	不足 2	あまり 4	不足 8	あまり 1	不足 2	あまり 4

5

ある品物を仕入れ，利益を見込(みこ)んで 1 個 400 円で売りました。しかし，いくつか売れ残ったため，売値を半額の 200 円にして残りをすべて売りました。その結果，売上高は 26000 円，利益は 11600 円になりました。品物 1 個の仕入れ値は 1 円未満の端数(はすう)はありません。また，400 円で売れた品物の個数は仕入れた品物の個数全体の 6 割より多く，7 割より少ないことがわかっています。このとき，品物 1 個の仕入れ値は ① 円で，400 円で売れた品物の個数は ② 個です。

400 円の売れた個数が 6 割のとき

			個数	
売上	400 円	×	③	26000 円
	200 円	×	②	
仕入れ	□円	×	⑤	＝ 14400 円

$\square=(400\times3+200\times2)\times\frac{144}{260}\div5=$約 177.2 円

400 円の売れた個数が 7 割のとき

			個数	
売上	400 円	×	⑦	26000 円
	200 円	×	③	
仕入れ	□円	×	⑩	＝ 14400 円

$\square=(400\times7+200\times3)\times\frac{144}{260}\div10=$約 188.3 円

① 仕入れ合計は 26000−11600＝14400 円，1 個の仕入れ値は 177.2〜188.3 円で，一の位が 0 と考えれられるので 180 円です。

② 仕入れ個数は 14400÷180＝80 個です。

400 円 ×□＋200 円 ×△＝26000 円

□＋△＝80 個で，つるかめ算の計算をすると，□＝50，△＝30 と求めることができます。答えは 50 個になります。

6

89 の倍数と 113 の倍数を，

89，113，178，226，……

のように小さいものから順に並べるとき，50 番目の数は ＿＿＿ です。

50 番目の数をAとします。1からAまでに，

89 の倍数は A÷89（個），

113 の倍数は A÷113（個）あります。

個数の比が 113：89 なので，

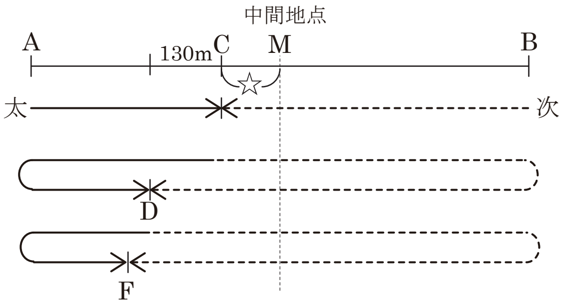
89 の倍数は $50\times\frac{113}{202}=27.9\cdots$ → 28 個

113 の倍数は $50\times\frac{89}{202}=22.02\cdots$ → 22 個

89×28＝2492 と 113×22＝2486 で，大きい方の 2492 が 50 番目の数です。

7

A地点とB地点を結ぶ道を，太郎君はAからBへ，次郎君はBからAへ向かって，それぞれ一定の速さで同時に走り始めました。2人の間の距離（きょり）は3分間に 1km の割合で縮まりました。途（と）中，2人はC地点で出会うとすぐに折り返し，速さをそれぞれ時速 1km だけおとして，来た道を戻（もど）りました。2人はそれぞれA，Bに到着（とうちゃく）してすぐに折り返し，Cよりも 130m だけAに近いD地点で再び出会いました。Dで出会った2人はまたすぐに折り返し，速さをさらにそれぞれ時速 1km だけおとして，来た道を戻りました。そして，2人はそれぞれA，Bに到着してすぐに折り返し，Dよりも ＿＿＿ m だけAに近いE地点で出会いました。



はじめの速さの和は 1×20＝20 km/時で，2人合わせて 2 km/時ずつ減っていくので，次のように変化します。

20 km/時 → 18 km/時 → 16 km/時

また，速さの差はつねに等しいです。進んだ距離の差は中間地点Mを基準に考えていきます。CM 間を☆とすると，1回目に出会うまでに進んだ距離の差は☆☆と表せます。表にまとめると下のようになります。AB を 360 と置くと，（360÷20）:（720÷18）:（720÷16）＝18：40：45 と時間比が求まります。3回とも速さの差が等しいので①とおきます。

	速さの和	2人で進む距離	時間比	速さの差	距離の差
1回目	20km/時	AB	18	①	MC×2＝☆☆
2回目	18km/時	AB×2	40	①	（MC＋MD）×2
3回目	16km/時	AB×2	45	①	（MD＋MF）×2

MC×2＝☆☆＝⑱

（MC＋MD）×2

＝（☆☆＋130 m）×2＝㊵

これを計算すると，☆＝⑨，130 m＝② です。（MD＋MF）×2＝㊺に注目すると，

（☆＋130 m）×2＋DF＝22.5 → DF＝0.5なので，

⑨　②

CD：DF＝2：0.5＝4：1 → $\text{DF}=130\times\frac{1}{4}=$ 32.5 m です。

$\boxed{8}$

右の図のような点Oを中心とする円について，斜線(しゃせん)部分の面積の和は $\boxed{}$ cm²です。

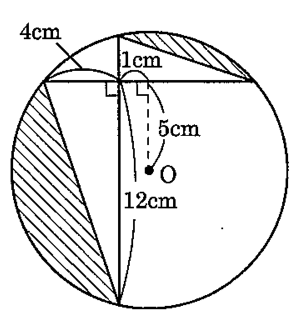


図 1

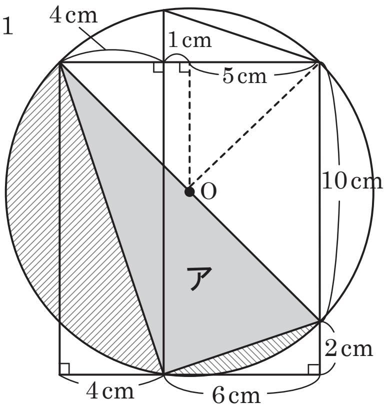


図 2

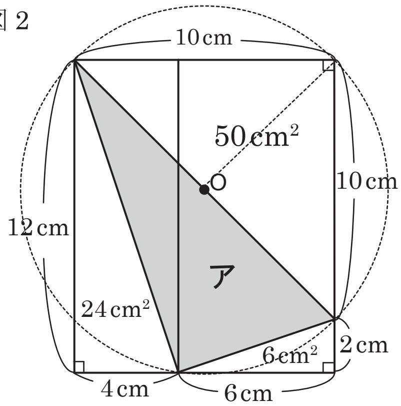
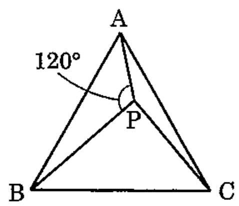
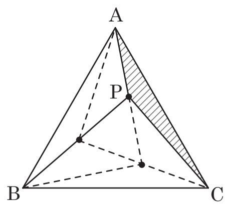


図１のように移動させます。半円から三角形**ア**を取り除くと斜線部分が求まります。
この円の「半径×半径」の値は，対角線 10 cm の正方形の面積(50 cm²)と等しいので，
半円の面積は 50×3.14÷2＝25×3.14＝78.5 cm² になります。図 2 より，三角形**ア**の面積は，12×10−(24＋6＋50)＝40 cm², 斜線部分の面積の和は 78.5−40＝38.5 cm² になる。

$\boxed{9}$

右の図で，三角形 ABC は正三角形で，面積は 1cm² です。 PB の長さが PA の長さの 2 倍のとき，三角形 CAP の面積は $\boxed{}$ cm²です。





図のように線を引くと，正三角形の面積を 7 等分に分割することができます。三角形CAP は三角形ABC の $\frac{1}{7}$ 倍なので，面積は $\frac{1}{7}$ cm² になります。

$\boxed{10}$

表面が青色で塗(ぬ)られている正四面体を，底面に平行な 2 枚の平面で高さを 3 等分するように切り，残りの 3 つの面についても同様に切ります。このとき，もとの正四面体はいくつかの正四面体といくつかの正八面体に分かれます。2 つの面に色が塗られている立体は全部で $\boxed{①}$ 個あり，3 つの面に色が塗られている立体は全部で $\boxed{②}$ 個あります。

ただし，正四面体とは，右の図 1 のような，どの面も合同な正三角形でできている三角すいです。また，正八面体とは，右の図 2 のような，どの面も合同な正三角形でできている，8 つの面をもつ立体です。

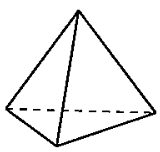


図 1

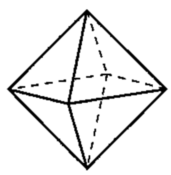
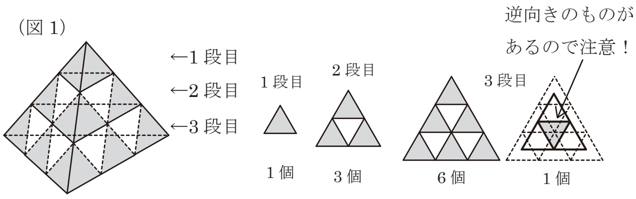


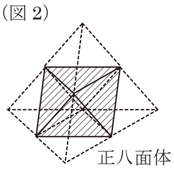
図 2

（次のページに続く）

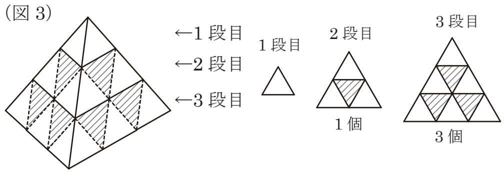
（図 1）



（図 2）



（図 3）



2 種類の立体がそれぞれ合計でいくつあるかを把握しておきます。正四面体は合計で 11 個あります(図 1)。

正八面体は，2 段までだと図 2 のような位置にあらわれます。正八面体は全部で 4 個あり (図 3)，この 4 個は 3 面に色が塗られている立体である。

① **2 つの面に色がぬられている立体**

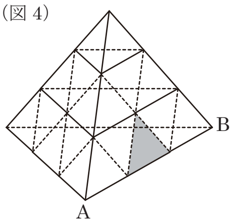
辺 AB に対して 1 つの正四面体があてはまります(図 4)。辺は 6 本あるので，答えは 6 個 です。

② **3 つの面に色がぬられている立体**

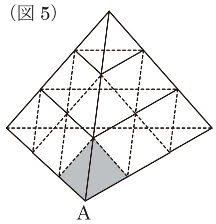
頂点 A に対して 1 つの正四面体が 3 面に塗られているものです(図 5)。三角すいは頂点が 4 個あるので，正四面体の個数は 4 個です。

すべての正八面体は 3 面に色が塗られているものなので，合計で 4＋4＝8 個 になります。

（図 4）

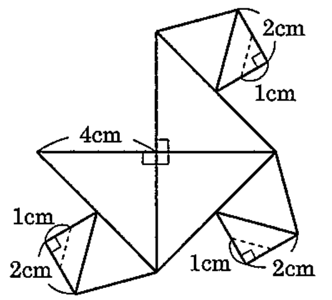


（図 5）

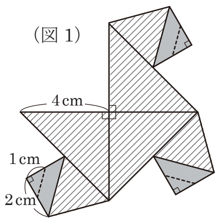


11

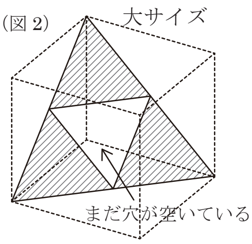
展開図が右の図のような立体の体積は $\boxed{}$ cm³ です。ただし，実線で囲まれた三角形は 3 つの大きな直角二等辺三角形，3 つの正三角形，3 つの小さな直角二等辺三角形です。また，3 本の破線は小さな直角二等辺三角形の 2 本の辺の真ん中を結ぶ直線です。折り方は，直角の印以外の実線が山折りで破線が谷折りです。



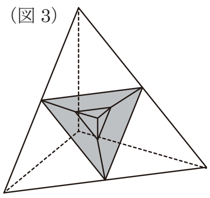
（図 1）

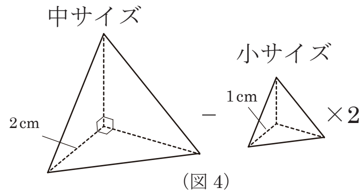


（図 2）



（図 3）





（図 4）

まず図 1 の斜線のついた 6 面を組み立てると，直角二等辺三角形 3 枚からできる大サイズの三角すいに穴が空いた立体になります(図 2)。この穴の内部に食い込むように，残りの 6 枚も谷折りと山折りに注意して組み立てます(図 3)。大サイズから，図 3 の面 6 枚でできる立体を取りのぞいた立体です。取りのぞく立体は，中サイズから小サイズ 2 個を引いたものなので(図 4)，

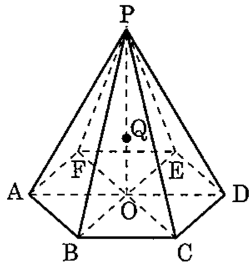
$2\times2\times2\times\frac{1}{6}-1\times1\times1\times\frac{1}{6}\times2=1$ cm³，

大サイズは $4\times4\times4\times\frac{1}{6}=\frac{32}{3}$ cm³，

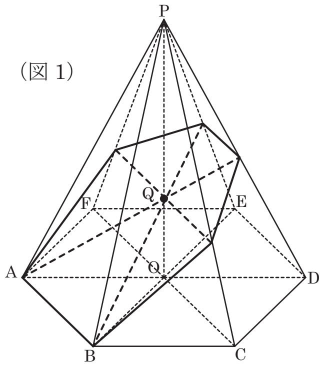
求める立体の体積は $\frac{32}{3}-1=\frac{29}{3}$ cm³ です。

$\boxed{12}$

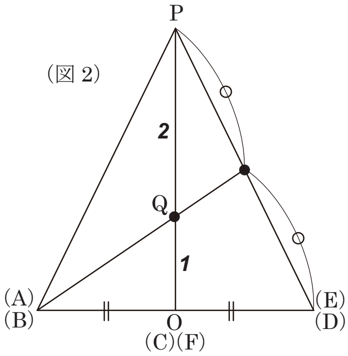
右の図の六角すいは，底面が正六角形で O はその中心です。頂点 P と点 Q はどちらも O の真上にあり，PQ の長さは QO の長さの 2 倍です。3 点 A，B，Q を通る平面でこの六角すいを切り 2 つの立体に分けるとき，頂点 P を含む方の立体の体積はもとの六角すいの体積の $\boxed{}$ 倍です。



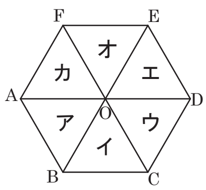
（図 1）



（図 2）



（図 3）



切断面は図 1 のようになります。切断面は辺 AE や辺 AD ではちょうど真ん中の点で交わることが図 2 より分かります。

正六角すい P-ABCDEF が，図 3 の**ア〜カ**の正三角形の面を底面とする三角すい 6 つが組み合わさった立体であると考えます。これをそれぞれ切断します。

P を含む方の三角すいを考えます。

（ア） $\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{9}$

（イ）（カ） $\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$

（ウ）（オ） $\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{27}$

（エ） $\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{36}$

合計すると，

$\frac{1}{9}+\frac{2}{27}\times2+\frac{1}{27}\times2+\frac{1}{36}=$ $\frac{13}{36}$ 倍です。