[1] $9\frac{32}{221} \div \left(1\frac{1}{17} - \frac{\square}{13}\right) = (12 + 19 \times 11) \times \left(\frac{1}{13} + \frac{2}{17}\right)$

13×17＝221，43×47＝2021 を利用して考えていきます。

$9\frac{32}{221} \div \left(1\frac{1}{17} - \frac{\square}{13}\right) = (12+19\times11)\times\left(\frac{1}{13}+\frac{2}{17}\right)$

$\rightarrow \frac{2021}{221} \div \left(1\frac{1}{17} - \frac{\square}{13}\right) = 221 \times \frac{17+26}{221}$

$\rightarrow 2021 \div \left(1\frac{1}{17} - \frac{\square}{13}\right) = 221 \times 43$

$\rightarrow \left(1\frac{1}{17} - \frac{\square}{13}\right) = \frac{2021}{221\times43} = \frac{47}{221}$

$\rightarrow 1\frac{1}{17} - \frac{47}{221} = 1\frac{13}{221} - \frac{47}{221} = \frac{187}{221}$

$= \frac{11}{13}$

[2]
3 つの容器 A，B，C にあわせて 600mL の水が入っています。容器 B の水の体積は容器 A の水の体積の 1.5 倍です。容器 A から容器 B に水を 40mL 移すと，容器 B の水の体積は容器 C の水の体積の 1.4 倍になりました。水を移したあとの容器 B の水の体積は □ mL です。

A	B	C	和
②	③	[5]	600 mL
−40 mL ↓	↓ +40 mL		
	[7]	[5]	

これより，□○を使った関係式を作れます。

[5] ＋ ⑤ ＝ 600 mL … ア

[7] − ③ ＝ 40 mL … イ

[3] ＋ ③ ＝ 360 mL … ア $\times\frac{3}{5}$

[7] − ③ ＝ 40 mL … イ

和に注目すると，

[10] ＝ 400 mL

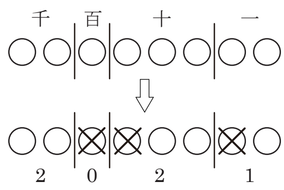
水を移したあとの B の水量は

[7] $=400\times\frac{7}{10}=$ 280 mL です。

[3]
2021 の各位の数の和は 2 + 0 + 2 + 1 = 5 です。このように，各位の数の和が 5 である 4 桁（けた）の整数は，2021 を含（ふく）めて全部で ① 個あります。そしてそれらの整数の中で 2021 は小さい方から数えて ② 番目です。

① ○を 8 個並べて考えます。3 本の仕切りを間に入れ，左から 千の位 → 百の位 → 十の位 → 一の位 とします。各組から○を 1 個ずつ減らしますが，千の位は 1 以上なので減らす必要はありません。4 桁の和が 5 になる数をつくるので，○を 5＋3＝8 個並べて考えました。

〈例〉



7 箇所のすき間から 3 本の仕切りを引く場所を選ぶので，$\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=$ 35 通りです。

② 〈千の位が 1 の数〉

1□□□ （和が 4）

4＋3＝7 個の○を書いて考えます。

6 箇所のすき間から 2 本の仕切りを引く場所を選ぶので，$\frac{6\times5}{2\times1}=$15 通りです。

〈千の位が 2 の数〉

2□□□ （和が 3）

小さい順に 2003 → 2012 → 2021 となり 3 つ目です。

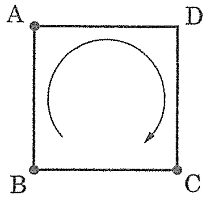
よって，2021 は 15＋3＝18 番目です。

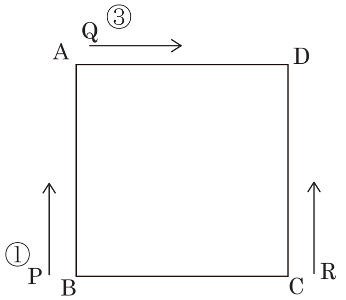
4

右の図のような正方形 ABCD の辺上を 3 点 P，Q，R が動きます。

点 P は点 B を出発し図の矢印の向きに，点 Q は点 A を出発し図の矢印の向きに，点 R は点 C を出発し図の矢印と反対の向きに動きます。

点 Q の動く速さは点 P の動く速さの 3 倍です。3 つの点が同時に出発し，点 P と点 R がはじめて出会うのにかかった時間は，点 Q と点 R がはじめて出会うのにかかった時間の 2 倍でした。点 R の動く速さは点 P の動く速さの ☐ 倍です。





キョリ		時間		速さ	
3	÷	2	=	1.5	3 …P と R の速さの和
2	÷	1	=	2	4 …Q と R の速さの和

P の速さを①，Q の速さを③とします。

差② P ① ＋ R ＝ 3
　　 Q ③ ＋ R ＝ 4 1 差 ⇨ P ① ＋ R ＝ ⑥
　　 Q ③ ＋ R ＝ ⑧

R の速さは ⑥ − ①＝⑤なので，P の速さの 5 倍です。

5

A は 2 桁の整数で，$A \times A$ を 15 で割ると 1 余ります。このような A は全部で ☐ 個あります。

A を 15 で割ったときのあまり（不足）に関して，次の 15 組に分けることができます。

÷15															
あまり	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	0
不足		…		…		…		7	6	5	4	3	2	1	0

平方数 A×A を 15 で割ったときのあまりを調べていきます。

A	A×A	
あまり 1	1×1＝1	→ あまり 1
あまり 2	2×2＝4	→ あまり 4
あまり 3	3×3＝9	→ あまり 9
あまり 4	4×4＝16	→ あまり 1
⋮	5×5＝25	→ あまり 10
	6×6＝36	→ あまり 6
	7×7＝49	→ あまり 4
	8×8＝64	→ あまり 4
⋮	9×9＝81	→ あまり 6
	10×10＝100	→ あまり 10
あまり 11 不足 4	11×11＝121	→ あまり 1
⋮	12×12＝144	→ あまり 9
	13×13＝169	→ あまり 4
あまり 14 不足 1	14×14＝196	→ あまり 1
	0×0＝0	→ あまり 0

A は，あまり 1，4，11（不足 4），14（不足 1）のときがあてはまります。

・15 で割ったとき あまりが 1

A＝16，31，46，……，91 の 6 個

・15 で割ったとき あまりが 4

A＝19，34，49，……，94 の 6 個

・15 で割ったとき あまりが 11（不足 4）

A＝11，26，41，……，86 の 6 個

・15 で割ったとき あまりが 14（不足 1）

A＝14，29，44，……，89 の 6 個

よって，A は全部で 6×4＝24 個 あります。

6

2 以上の整数 A に対して，A の約数をすべてかけあわせてできる数を $[A]$ と書きます。例えば，

$$[6]=1\times2\times3\times6=36$$

です。

$B=6$ のとき $\dfrac{[2\times B]}{[B]}=$ ① です。また，$\dfrac{[2\times C]}{[C]}=192$ となる 2 以上の整数 C は ② です。

6(=2×3) の約数

	1	2
1	1	2
3	3	6

⇩

	1	2
1	1	2×1
3	1×3	2×3

$12(=2^2\times3)$ の約数

	1	2	2^2
1	1	2	4
3	3	6	12

⇩

	1	2	2^2
1	1	2×1	$2^2\times1$
3	1×3	2×3	$2^2\times3$

$\dfrac{[2\times6]}{[6]}$ は斜線部分の積で，

$4\times12=2^2\times2^2\times3=$48 になります。

$192=2^6\times3$ なので，$C=2^{\square}\times3$ だと分かる。

2×C の約数

	1	2	2^2		$2^{\triangle}$
1	1	2×1	$2^2\times1$	……	$2^{\triangle}\times1$
3	1×3	2×3	$2^2\times3$	……	$2^{\triangle}\times3$

斜線部分の積

$2^{\triangle}\times2^{\triangle}\times3=2^6\times3$ なので，$\triangle=3$（$\square=2$）

→ $2\times C=2\times2^2\times3=24$

→ $C=2^2\times3=$12 です。

2×C の約数

	1	2	2^2	2^3
1	1	2×1	$2^2\times1$	$2^3\times1$
3	1×3	2×3	$2^2\times3$	$2^3\times3$

7

X は 3 桁の整数で，どの 2 つの位の数も異なります。X を 7 倍すると 4 桁の整数 ABCD を作ることができ，A > B，B > C，C > D，D > 0 となりました。このとき，X は ☐ です。

X　　　　$6\geqq A>B>C>D>0$

□□□ × 7 ＝ ABCD

各位異なる数

654D ÷ 7　D＝5 のときに割り切れるので不適 （D は 3 以下）

653D ÷ 7　□＝1 のときに割り切れる。

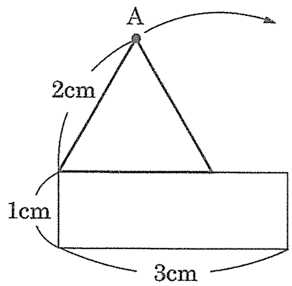
6531 ÷ 7 ＝ 933　3 が 2 つ並ぶので不適

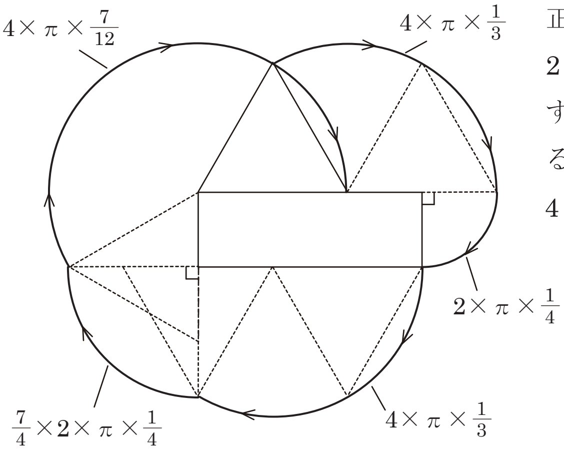
↓ −21　　↓ −3

6321 ÷ 7 ＝ 903　ABCD＝6321，X＝903

8

縦の長さが 1cm，横の長さが 3cm の長方形と，1 辺の長さが 2cm の正三角形が，図のように置かれています。正三角形が，長方形の周に沿って，すべることなく図の矢印の向きに回転し，はじめて元の三角形の位置に戻（もど）るまで移動します。このとき頂点 A が動いてできる線の長さは □ cm です。ただし，円周率は $3\frac{1}{7}$ とし，1 辺の長さが 2cm の正三角形の面積は $1\frac{3}{4}$ cm² とします。また，頂点 A は元の位置に戻るとは限りません。





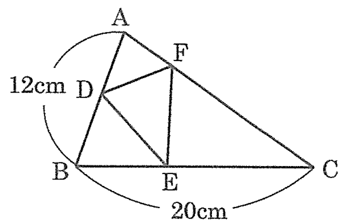
正三角形の面積が $1\frac{3}{4}$ cm² なので，底辺を 2 cm としたときの高さは $1\frac{3}{4}$ cm（$\frac{7}{4}$ cm）です。左の図のようになり，A が動いてできる線の長さは

$$4\times\pi\times\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{7}{12}\right)+2\times\pi\times\frac{1}{4}+\frac{7}{2}\times\pi\times\frac{1}{4}=\left(5+\frac{1}{2}+\frac{7}{8}\right)\times\pi$$

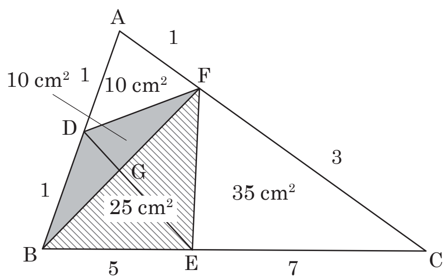
$$=\frac{51}{8}\times\underbrace{\frac{22}{7}}_{\text{円周率}}=\frac{561}{28}\text{ cm}$$ です。

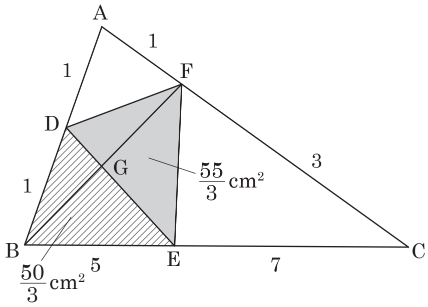
9

右の図で，三角形 ABC の面積は 80cm²，三角形 ADF の面積は 10cm²，三角形 CFE の面積は 35cm²，FC の長さは AF の長さの 3 倍です。BF と DE の交わる点を G とするとき，GF の長さは BG の長さの □ 倍です。



AF : FC＝1 : 3 なので，三角形ABE は 20 cm²，三角形BCF は 60 cm² です。さらに，三角形BDF は 20－10＝10 cm²，三角形BEF は 60－35＝25 cm² で，AD＝DB，BE : EC＝5 : 7 がわかります。



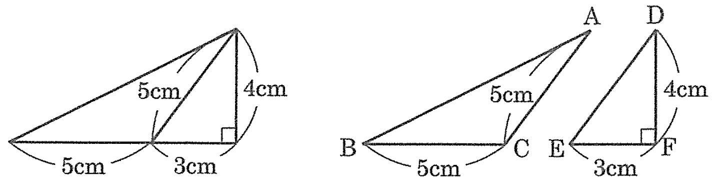


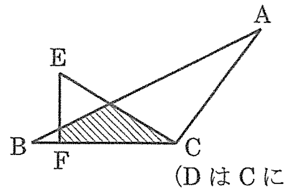
三角形BED は $80\times\frac{1}{2}\times\frac{5}{12}=\frac{50}{3}$ cm²，三角形DEF は $10+25-\frac{50}{3}=\frac{55}{3}$ cm² で，この面積比を考えると，BG : GF＝$\frac{50}{3}:\frac{55}{3}$＝10 : 11 です。

→ GF は BG の長さの $\frac{11}{10}$ 倍です。

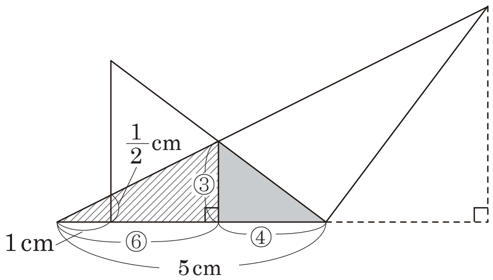
10

直角三角形を図のように三角形 ABC と三角形 DEF に切り分けます。これらの 2 つの三角形を図のように重ねたとき，斜線(しゃせん)部分の面積は $\boxed{\quad}$ cm² です。





（D は C に重なっている）

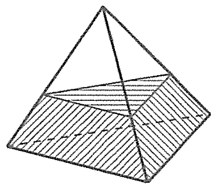


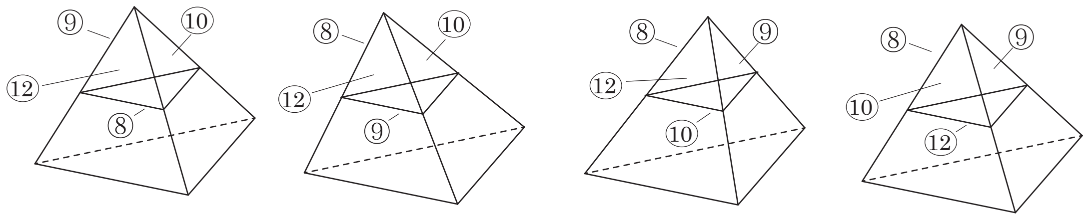
辺の比が 1：2 と，3：4 の 2 つの直角三角形に注目しましょう。左図の③の長さは1.5 cm（$\frac{3}{2}$ cm）です。また，左下部の直角三角形も辺の長さが 1 cm と $\frac{1}{2}$ cm とわかります。求める面積は

$$5\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}-1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{15}{4}-\frac{1}{4}=\frac{7}{2}\text{cm}^2$$ です。

11

右の図のように，三角すいの形をした容器があり，4 つの面の面積は 16 cm²，18 cm²，20 cm²，24 cm² です。この容器にはいくらかの水が入っています。この容器を，4 つの面のいずれかが水平な地面につくように置きます。容器の内側の面のうち水にぬれる部分の面積が最も大きくなるように置いたとき，水にぬれる部分の面積は 60 cm² になります。水にぬれる部分の面積が最も小さくなるように置いたとき，水にぬれる部分の面積は $\boxed{\quad}$ cm² になります。





底面 16 cm²　底面 18 cm²　底面 20 cm²　底面 24 cm²

この三角すいの表面積は 16＋18＋20＋24＝78 cm², 4 面の面積比は 8:9:10:12 です。どの面を底にしても，空気の部分の三角すいが合同であることに注目します。

水のぬれる部分の面積が

最大　78 cm² －㉗＝60 cm²
（24 cm² を底面にしたとき）

最小　78 cm² －㉛＝？
（16 cm² を底面にしたとき）

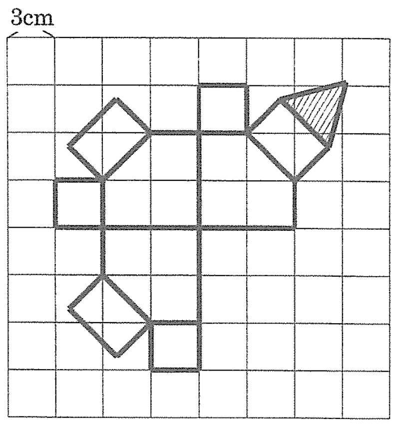
㉗＝18 cm² なので，

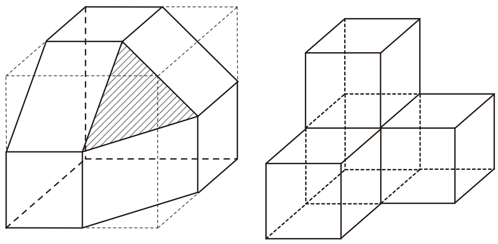
最小の面積は $78-18\times\frac{31}{27}=\frac{172}{3}$ cm² です。

12

ある立体の展開図を，幅が 3cm の方眼紙にかくと，右の図の太線のようになりました。斜線をつけた三角形は正三角形です。また，正方形でない四角形の面はすべて長方形です。

この立体の体積は $\boxed{}$ cm³ です。





大きな立方体の中に入るように組み立てると左図のようになります。1 辺が 3 cm の立方体が 4 つと，三角柱が 3 つ，三角すいが 1 つ組み合わさっており，これは立方体の $1\times4+\frac{1}{2}\times3+\frac{1}{6}=\frac{17}{3}$ 個分です。

→ 体積は $27\times\frac{17}{3}=$ 153 cm³ になります。