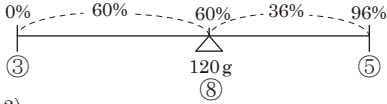


1

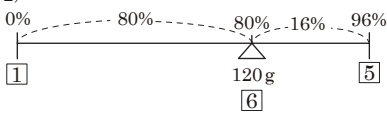
水に液体 X を溶かしてできる水溶液を A 液と呼び、A 液の重さに対する液体 X の重さの割合を百分率 (%) で表したものを A 液の濃度と呼ぶことにします。例えば、水 5g に液体 X を 45g 溶かしてできる A 液の濃度は 90% です。また、水 10g に液体 X を 20g 溶かしてできる A 液の濃度は $66\frac{2}{3}$ % です。

(1) 濃度が 96% の A 液をいくら用意します。これに水を加えてかき混ぜて、重さが 120g で、濃度が 60% 以上 80% 以下の A 液をつくりたい。はじめに用意する、濃度が 96% の A 液の重さは g 以上 g 以下です。

(図 1)



(図 2)



(1) 60% の A 液を作るとき、図 1 のようなてんびん図になるので 96% の A 液を $120 \times \frac{5}{8} = 75$ g 使います。80% の A 液を作るときは、96% の A 液を $120 \times \frac{5}{6} = 100$ g 使います(図 2)。答えは **75 g 以上 100 g 以下** です。

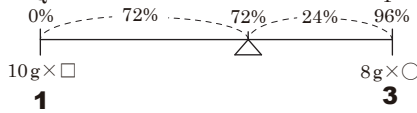
(2) (ア) P のとり出す回数を○, Q のとり出す回数を□とします。最大が 144g, 150g なので、とり出す回数の最大は $\bigcirc = 144 \div 8 = 18$ 回, $\square = 150 \div 10 = 15$ 回です。図 3 のてんびん図より、 $10 \times \square : 8 \times \bigcirc = 1 : 3 \rightarrow \square : \bigcirc = \frac{1}{10} : \frac{3}{8} = 4 : 15$ です。→ P から **15 回**(○), Q から

(2) 3つの容器 P, Q, R があります。P には濃度が 96% の A 液が 144g, Q には水が 150g, それぞれ入っています。R には何も入っていません。P から A 液をちょうど 8g ずつ何回か量りとり R に入れ、Q から水をちょうど 10g ずつ何回か量りとり R に入れます。

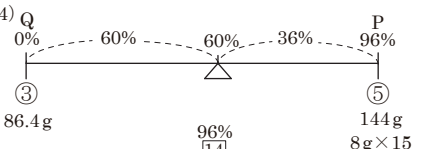
(ア) P から 回, Q から 回量りとり R に入れ、かき混ぜると、R の A 液の濃度は 72% になります。

(イ) 濃度が 60% 以上の A 液を R にできるだけ多く作るには、P, Q からそれぞれ何回ずつ量りとり混ぜればよいですか。またそのときにできる A 液の濃度を求めなさい。

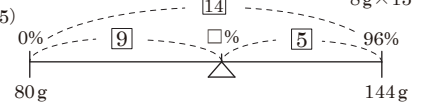
(図 3)



(図 4)



(図 5)

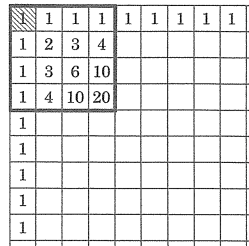


4 回(□) 取り出してかき混ぜると 72% になります。
(イ) 96% の P を使えば使うほど濃度は高くなるので、最大の 144g を使います(P は 18 回)。(1) の図 1 で求めたように 60% の濃度を作るとき、Q (水) を $144 \times \frac{3}{5} = 86.4$ g 混ぜると 60% ができます(図 4)。→ Q が 86.4g 以下のときに濃度は 60% 以上になるので、できるだけ多い $10g \times 8 = 80g$ を使用します(Q は 8 回)。このときの濃度は図 5 より $96 \times \frac{9}{14} = \frac{432}{7} = 61\frac{5}{7}$ % になります。
P は 18 回, Q は 8 回, A 液の濃度は $61\frac{5}{7}$ %

2

下の図のようにたくさんのマス目があります。最も上の段と最も左の列のマスにはすべて 1 を書き入れます。それ以外のマスには、その 1 つ上のマスに書かれた数と 1 つ左のマスに書かれた数の和を書き入れます。図で斜線をつけたマスを左上の隅とする、縦 4 マス横 4 マスの正方形の中に、偶数は全部で 7 個あります。

(1) 図で斜線をつけたマスを左上の隅とする、縦 8 マス横 8 マスの正方形の中に、偶数は全部で 個あります。

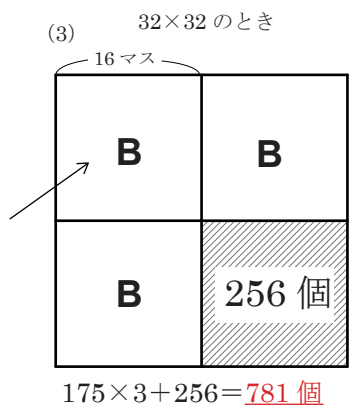
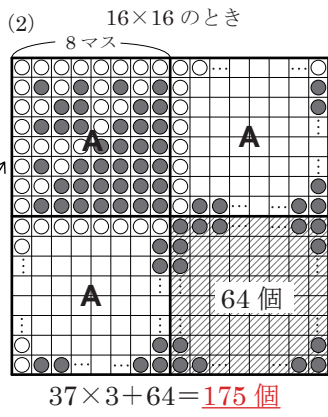
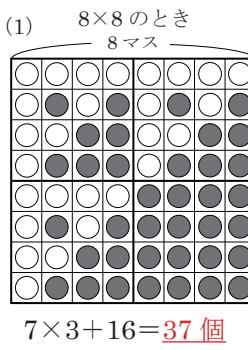


(2) 図で斜線をつけたマスを左上の隅とする、縦 16 マス横 16 マスの正方形の中にある偶数の個数を求めなさい。

(3) 図で斜線をつけたマスを左上の隅とする、縦 32 マス横 32 マスの正方形の中に、偶数は全部で 個あります。

奇数を○, 偶数を●とし, ○+○=●, ○+●=○, ●+●=●の 3 タイプの計算でマスを埋めていきます。

(1) 4×4 の中には●が 7 個あります。左下と右上には同じ様子があらわれ、右下はすべて●になります。
(2) (1) の 8×8 のマスを A パターン(● 37 個)とします。16×16 は 8×8 が 4 区画でき、3 つの A パターンと、右下はすべて●になります。
(3) 同じように(2)を B パターンとすると、B×3+16×16 です。

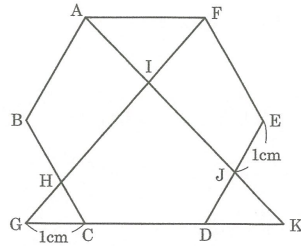


3

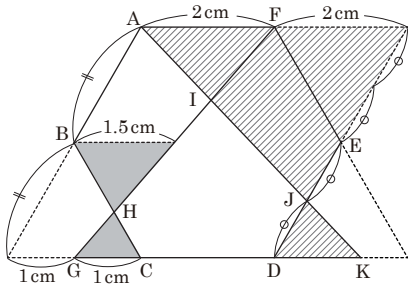
1 辺の長さが 2cm の正六角形 ABCDEF があり、下の図のように点 G, H, I, J, K をとります。4 点 G, H, I, F は同じ直線上にあり、4 点 A, I, J, K は同じ直線上にあり、4 点 G, C, D, K は同じ直線上にあります。

- (1) CH の長さは cm で、
DK の長さは cm です。

(2) 三角形 AIF の面積は、正六角形 ABCDEF の面積の何倍ですか。



(3) 五角形 CDJIH の面積は、正六角形 ABCDEF の面積の何倍ですか。



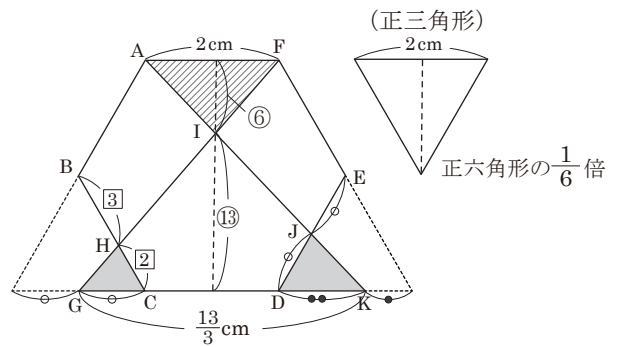
- (1) 左図のように延長すると一辺が 2 cm の正三角形があらわれます。B から平行線を引いた部分の長さが $(1+2) \div 2 = 1.5$ cm なので、色のついた部分の三角形の相似比が $1.5:1=3:2$ です。BH:HC=3:2 なので、 $CH=2 \times \frac{2}{5} = 0.8$ cm です。また、斜線部分の三角形の相似比は 3:1 なので、 $DK=4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ cm になります。

(2) 三角形 AIF と三角形 KIG は相似で、相似比は $2 : \frac{13}{3} = 6 : 13$ です。一辺が 2 cm の正三角形は正六角形 ABCDEF の $\frac{1}{6}$ 倍で、これと三角

形 AIF はともに底辺が 2 cm なので、高さ比に注目します。

三角形 AIF は正六角形の $\frac{1}{6} \times 2 \times \frac{6}{19} = \frac{2}{19}$ 倍になります。

- (3) 三角形 GHC は正六角形の $\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{30}$ 倍、三角形 DKJ は正六角形の $\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{18}$ 倍、三角形 AIF と三角形 KIG は面積比が $6^2 : 13^2 = 36 : 169$ なので、三角形 IGK は正六角形の $\frac{2}{19} \times \frac{169}{36} = \frac{169}{342}$ 倍、よって、五角形 CDJIH は正六角形の $\frac{169}{342} - \frac{1}{30} - \frac{1}{18} = \frac{77}{190}$ 倍になります。



4

はじめ、3 枚のカード 1, 2, 3 が左からこの順に並んでいます。これらのカードの並べ替えを何回かします。1 回の並べ替えにつき、次の(A)~(D)のどれか 1 つが行われます。

- (A) 最も左にあるカードを右端に移動させる
(B) 最も右にあるカードを左端に移動させる
(C) 最も左にあるカードを残り 2 枚の間に移動させる
(D) 最も右にあるカードを残り 2 枚の間に移動させる

例えば、1 回目に(A)、2 回目に(C)の並べ替えをすると、カードの並びは

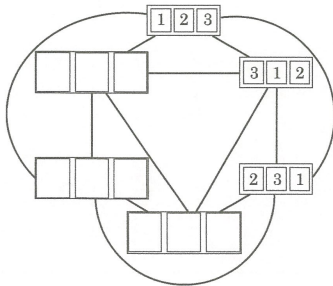
1 2 3 → 2 3 1 → 3 2 1

と変化します。

- (1) 右の図で、線でつながれた並びどうしは、(A)~(D)のいずれか 1 回の並べ替えで変わります。右の図の 9 つの空欄に 1~3 のいずれかの数字を入れなさい。(右の図の 6 つの並びは、どの 2 つも異なります。)

(2) 3 回の並べ替えで初めて 1 2 3 の並びに戻ると、3 回の並べ替えの方法は全部で

通りあります。



(3) 5 回の並べ替えで初めて 1 2 3 の並びに戻るような、5 回の並べ替えの方法は全部で

通りあります。

(4) (3)の並べ替えの方法のうち、(A)の並べ替えの回数と(B)の並べ替えの回数の合計が 5 回であるものは全部で 通りあります。

(5) (3)の並べ替えの方法のうち、(A)の並べ替えの回数と(B)の並べ替えの回数の合計が 1 回または 3 回であるものは全部で 通りあります。

角すいアと三角すい台イを 2 つ取りのぞいた立体です。

$$6 \times 6 \times 6 \times -4 \times 4 \times 4 \times \times 2$$

$$- (2 \times 2 \times 2 \times -1 \times 1 \times 1 \times) \times 2$$

$$= \{216 - 64 - (8 - 1) \times 2\} \times = 138 \times = 23 \text{ cm}^3$$

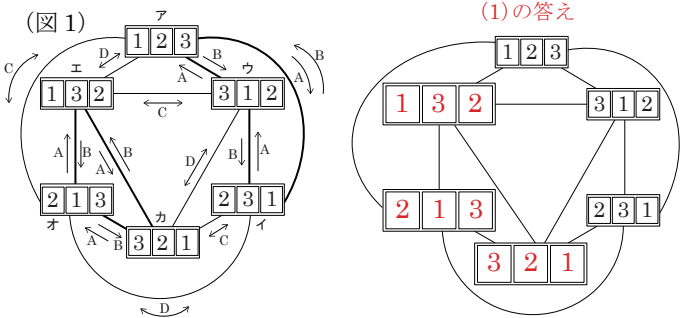
- (1) A と B は逆の操作の関係で、C の逆は同じく C で、D の逆は D です。3 枚のカードの並び方の変化は次ページの(図 1)のようになります(答えも次ページ)。

(2) (1)の並び方の変化を次ページの(図 2)のように正八

面体に置きかえて考えてみます。(図 3)の○の中の数はア(1 2 3の並び)から出発したときの道順の数を表しており、1 操作前にいたときの○の数を足していくと、2 回、3 回、... を埋めることができます。3 回で初(次のページに続く)

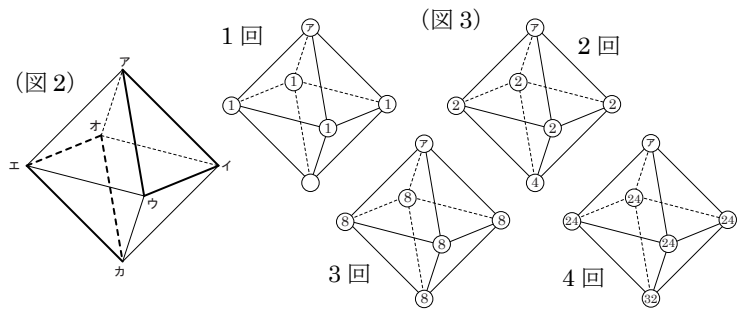
めてアになるのは、2回でイ、ウ、エ、オにいるときの道順がそれぞれ2通りなので、 $2 \times 4 = 8$ 通りです。

(3) 4回でイ、ウ、エ、オが24通りずつなので、5回で初めてアになるのは $24 \times 4 = 96$ 通りです。



(4) (図2)の太線のみを通る道順を考えます。ア→イ→ウ→イ→ウ→アとア→ウ→イ→ウ→イ→アの2通り。

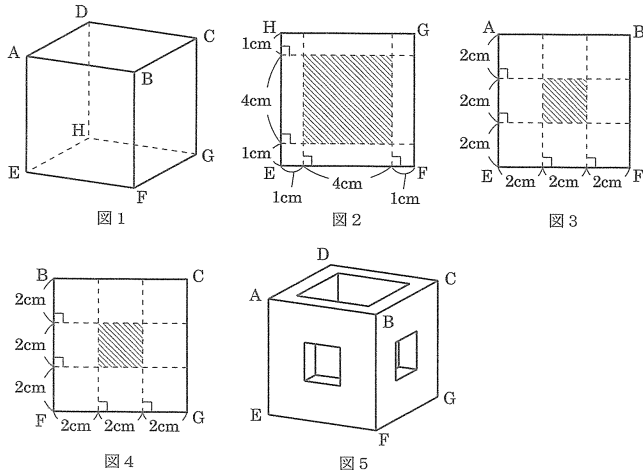
(5) 太線を0回、2回、4回通る方法は0通りです。1回または3回通る方法は $96 - 2 = 94$ 通りになります。



5

図1は、1辺の長さが6cmの立方体 ABCD-EFGH です。この立方体の面 EFGH は水平な地面についています。

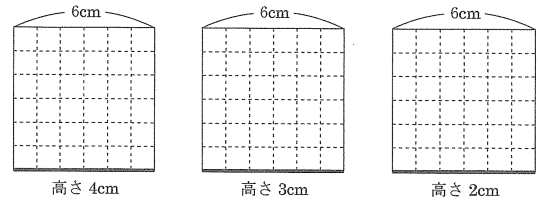
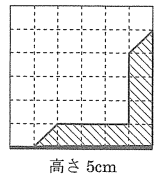
この立方体から、図2の斜線部分の正方形を底面とし、高さが6cmの直方体をくりぬきます。次に、図3の斜線部分の正方形を底面とし、高さが1cmの直方体をくりぬきます。さらに、図4の斜線部分の正方形を底面とし、高さが1cmの直方体をくりぬきます。このようにしてできる図5の立体をPとします。



(1) 立体Pの体積は cm³です。

(2) 立体Pを、頂点A, C, Fを通る平面で切って2つの立体に分けたとき、頂点Bを含む方の立体をQとします。

(ア) 右の図は、立方体の面EFGHから5cmの高さにある平面で立体Qを切ったときの真上から見た切り口をかき入れたものです。その平面と面AEFBの交わりを太線で表しています。立方体の面EFGHから4cm, 3cm, 2cmの高さにある平面で立体Qを切ったときの真上から見た切り口を、右の図にならってそれぞれかき入れなさい。



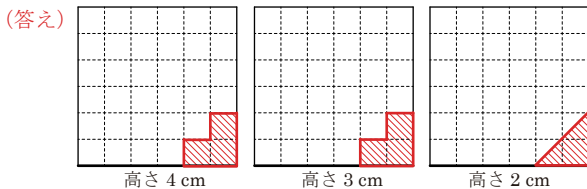
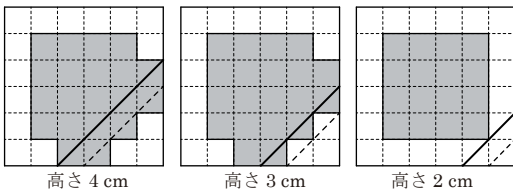
(イ) 立体Qのうち、面EFGHから2cmの高さにある平面と面EFGHとはさまれた部分の立体の体積を求めなさい。

(ウ) 立体Qの体積を求めなさい。

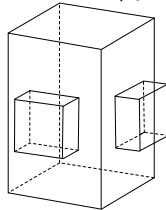
(1) 1辺が6cmの立方体から、2種類の直方体をくりぬきます。

$$6 \times 6 \times 6 - 4 \times 4 \times 6 - 2 \times 2 \times 1 \times 2 = 216 - 96 - 8 = 112 \text{ cm}^3 \text{です。}$$

(2) (ア) 高さ4cm, 3cm, 2cmの断面図は下のようになります。これに3点A, C, Fを通る切り口の線を引いて考えます。斜線部分が答えです。



くりぬく部分



(イ) 右図のような三角すいの体積を考えます。

$$2 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{6} = \frac{4}{3} \text{ cm}^3 \text{です。}$$

(ウ) 立体Qは三角すいABCFから三角すいAと三角すい台イを2つ取りのぞいた立体です。

$$6 \times 6 \times 6 \times \frac{1}{6} - 4 \times 4 \times 4 \times \frac{1}{6} \times 2 - (2 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{6} - 1 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{6}) \times 2 = \{216 - 64 - (8 - 1) \times 2\} \times \frac{1}{6} = 138 \times \frac{1}{6} = 23 \text{ cm}^3$$

