1 次の問いに答えなさい。

(1) 次の $\square$ にあてはまる数を求めなさい。

$$2.02 \div \left(\frac{2}{3} - \square \div 2\frac{5}{8}\right) = 5.05 \times 2.8$$

(2) 次の計算の結果を 9 で割ったときの余りを求めなさい。

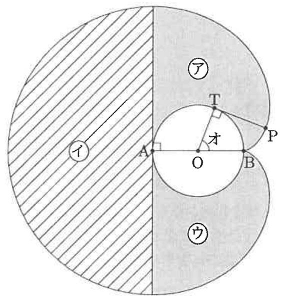
1234567 + 2345671 + 3456712 + 4567123 + 5671234

(3) 4 人の人がサイコロを 1 回ずつふるとき，目の出方は全部で 6 × 6 × 6 × 6 = 1296 通りあります。この中で，4 つの出た目の数をすべてかけると 4 の倍数になる目の出方は何通りありますか。

(4) 図のような AB を直径とする円形の土地があり，柵（さく）で囲まれています。点 O はこの円の中心で，円の半径は 10m です。円の直径の一方の端の点 A から円周の半分の長さのロープでつながれた山羊（やぎ）が直径のもう一方の端の点 B にいます。柵で囲まれた円形の土地の外側で山羊が動ける範囲（はんい）が，図の ㋐，㋑，㋒ です。

① ㋑ の面積は，AB を直径とする円形の土地の面積の何倍ですか。

② 図の P の位置に山羊がいるとき，ロープの TP の部分の長さが 9.577m でした。角オの大きさを求めなさい。ただし，T は柵からロープがはなれる点です。



(1)

$$2.02 \div \left(\frac{2}{3} - \square \div 2\frac{5}{8}\right) = 5.05 \times 2.8$$

$$\rightarrow \left(\frac{2}{3} - \square \div 2\frac{5}{8}\right) = \frac{2.02}{5.05 \times 2.8} = \frac{2}{5 \times 2.8} = \frac{1}{7}$$

$$\rightarrow \square \div 2\frac{5}{8} = \frac{2}{3} - \frac{1}{7} = \frac{14}{21} - \frac{3}{21} = \frac{11}{21}$$

$$\rightarrow \square = \frac{11}{21} \times 2\frac{5}{8} = \frac{11}{21} \times \frac{21}{8} = \frac{11}{8}$$

(2) ある数を 9 で割ったときの余りは，各位の数の和を 9 で割ったときの余りと同じです。1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＝28 で，9 で割ると 1 余ります。1234567, 2345671, 3456712, 4567123, 5671234 の 5 つの数はともに 7 桁の位の数の和は 28（9 で割ると余り 1）なので，計算結果を 9 で割ると余りは 1×5＝5 になります。

(3) 積が 4 の倍数にならない場合を考えます。

（4 人すべて奇数の目が出る場合）

サイコロの目がすべて奇数の場合，積は奇数になるので 4 の倍数になりません。奇数は 1，3，5 の 3 つなので，目の出方は 3×3×3×3＝81 通りです。

（1 人が 2 か 6 で残り 3 人が奇数の目が出る場合）

4 人のうち少なくても 1 人でも 4 の目が出ると積は 4 の倍数になり，偶数の目が出るのが 1 人だけでその目が 2 か 6 の場合は積が 4 の倍数にはなりません。目の出方は 2×3×3×3＝54 通りで，偶数の目が出る人のえらび方は 4 通りなので 54×4＝216 通りです。

4 の倍数になる目の出方 1296－(81＋216)＝999 通り。

(4)① ロープの長さは図の太線部分の長さの 20×π÷2＝10πm で，半円イの半径 AC の長さと等しくなり，イの面積は

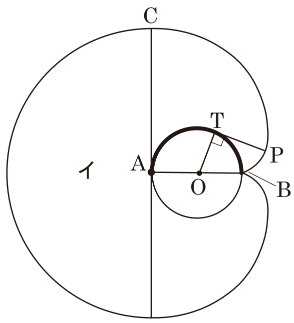
10π×10π×π÷2

＝50×π^3(m²) と表せます。

AB を直径とする円形の面積は

10×10×π＝100π(m²) なので，イの面積は円形の面積の 50×π^3÷100π＝$\frac{1}{2}$×π^2

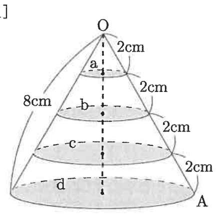
＝3.14×3.14÷2＝4.9298 倍だとわかります。



② TP＝9.577＝3.05π なので，A から T の曲線部分の長さは 10π－3.05π＝6.95π です。円形の 1 周の長さは 20π なので，角 AOT は 360×$\frac{3.05\pi}{20\pi}$＝125.1 度となり，角 TOB（角オ）は 180－125.1＝54.9 度です。

2 図 1 のように，底面の半径が 4cm で OA の長さが 8cm の，粘土（ねんど）でできた円すいがあります。この円すいを，底面に平行で等間隔（とうかんかく）な 3 つの平面で 4 つのブロックに切り分け，いちばん小さいブロックから大きい方へ順に a, b, c, d と呼ぶことにします。このとき，次の問いに答えなさい。

［図 1］



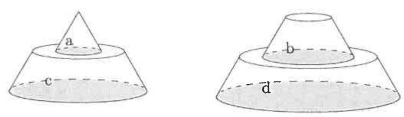
(1) ブロック b と d の体積の比，および，表面積の比を求めなさい。

(2) ブロック a, c を図 2 のように積み上げて立体を作り X と呼ぶことにします。同じように，ブロック b, d を積み上げて立体を作り Y と呼ぶことにします。

立体 X と Y の体積の比，および，表面積の比を求めなさい。

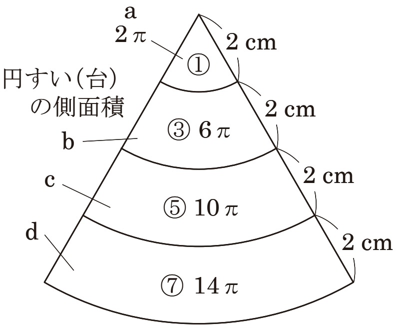
［図 2］

立体 X　立体 Y



（次のページに続く）

(1) a，a＋b，a＋b＋c，a＋b＋c＋d の円すいは相似で，相似比は 1：2：3：4 なので，体積比は $1^3:2^3:3^3:4^3$ ＝1：8：27：64 です。差に注目すると，a：b：c：d＝1：(8－1)：(27－8)：(64－27)＝1：7：19：37，b と d の体積比は 7：37 になります。b と d は円すい台と呼ばれる立体で，表面積は上下の底面（円）と左図のような側面積の和になります。円すい a の側面積は母線 × 半径 × π ＝2×1× π ＝2π（cm^2），相似なおうぎ形に注目すると，円すいの側面の面積比は



a：(a＋b)：(a＋b＋c)：(a＋b＋c＋d)＝1：4：9：16，a：b：c：d＝1：3：5：7 なので側面積は図のようになります。円すい台 b は上の底面が 1×1× π ＝1π，下が 2×2× π ＝4π なので，表面積が 1π ＋4π ＋6π ＝11π，円すい台 d は上が 3×3× π ＝9π，下が 4×4× π ＝16π なので，表面積が 9π ＋16π ＋14π ＝39π になります。よって，表面積の比は 11：39 です。

(2) a：b：c：d の体積比は 1：7：19：37 なので，立体 X（a＋c）と立体 Y（b＋d）の体積比は（1＋19）：（7＋37）＝20：44＝5：11 になります。立体 X の表面積は（4π －1π）＋9π ＋2π ＋10π ＝24π（cm^2）になり，立体 Y は 1π ＋（9π －4π）＋16π ＋6π ＋14π ＝42π（cm^2）になります。表面積の比は 24：42＝4：7 です。

---

3 開成（あけなり）君は，図 1 のような縦 2 マス，横 7 マスのマス目を用意し，マス目のいくつかを黒くぬりつぶして「暗号」を作ろうと考えました。そこで，次のようなルールを決め，何種類の暗号を作ることができるかを調べることにしました。

・黒くぬりつぶすマス目は，上下左右が隣（とな）り合わないようにする。
・読むときは，回したり裏返したりしない。

次の問いに答えなさい。

［図 1］

	1	2	3	4	5	6	7
A							
B							

(1) 最大で何か所をぬりつぶすことができますか。その場合，暗号は何種類できますか。

(2) 14 個のマス目のなかで 5 か所だけをぬりつぶす場合を考えます。

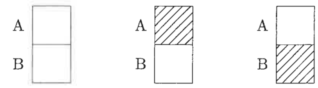
（ア）左から 1 列目と 3 列目のマス目をぬりつぶさないことにしてできる暗号をすべてかきなさい。黒くぬりつぶす部分は，次のページの図 2 のように斜線（しゃせん）を入れ，ぬりつぶす部分が分かるようにしなさい。また，解答らんはすべて使うとは限りません。使わない解答らんは，らん全体に大きく ✕ 印を入れて使わなかったことが分かるようにしなさい。

（イ）左から 3 列目と 5 列目のマス目をぬりつぶさないことにしてできる暗号は何種類ありますか。

（ウ）14 個のマス目のなかで 5 か所だけをぬりつぶす場合，暗号は全部で何種類できますか。

(3) 左から 1 列目だけ，左から 1 列目と 2 列目の 2 列だけ，… と使う列の数を増やしながら，暗号が何種類できるかを考えようと思います。ただし，1 マスもぬりつぶさない場合も 1 種類と数えることにします。たとえば，一番左の 1 列だけで考えると，暗号は図 2 の 3 種類ができます。

［図 2］



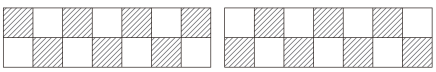
（ア）左から 2 列だけを考えます。このときできる暗号のうち，1 マスもぬりつぶさないもの以外をすべてかきなさい。解答らんはすべて使うとは限りません。使わない解答らんは，らん全体に大きく ✕ 印を入れて使わなかったことが分かるようにしなさい。

（イ）左から 1 列目から 3 列目までの 3 列を考えます。このときできる暗号は何種類ありますか。

（ウ）左から 1 列目から 7 列目までのマス目全部を使うとき，暗号は全部で何種類できますか。

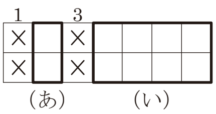
---

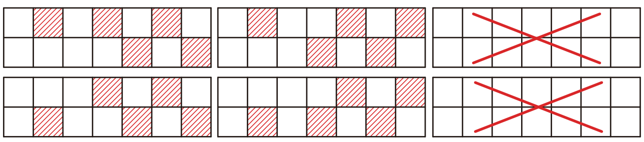
(1)



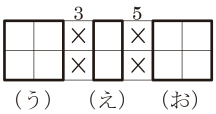
（最大）
7 か所，2 種類。

(2)（ア）（あ）は 2 通り，（い）は 2 通りのぬり方があるので，下図のように全部で 2×2＝4 種類できます。

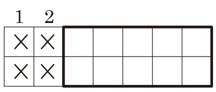




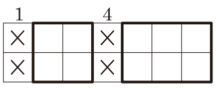
（イ）（う），（え），（お）はそれぞれ 2 通りずつぬり方があるので，全部で 2×2×2＝8 種類できます。



（ウ）右図のように，ぬりつぶさない列が〈1, 2〉のとき → 2 種類

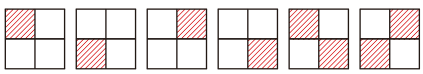


ぬりつぶさない列が〈1, 3〉→ 前問（ア）より 4 種類
〈1, 4〉→ 2×2＝4 種類（右図）



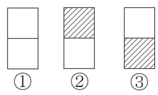
〈1, 5〉→ 4 種類　〈1, 6〉→ 4 種類
〈1, 7〉→ 2 種類　〈2, 3〉→ 4 種類　〈2, 4〉→ 8 種類
〈2, 5〉→ 8 種類　〈2, 6〉→ 8 種類　〈2, 7〉→ 4 種類
〈3, 4〉→ 4 種類　〈3, 5〉→ 8 種類　〈3, 6〉→ 8 種類
〈3, 7〉→ 4 種類　〈4, 5〉→ 4 種類　〈4, 6〉→ 8 種類
〈4, 7〉→ 4 種類　〈5, 6〉→ 4 種類　〈5, 7〉→ 4 種類
〈6, 7〉→ 2 種類　合計で 2×3＋4×12＋8×6＝102 種類

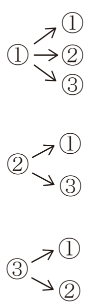
(3)（ア）



（答えは 6 種類）

1 列の場合，右図の①②③の 3 種類とします。右に 1 列ずつ増やしていくとき②や③は連続しないので，左図のような関係になります。列を増やしていくときは下の表のように整理できます。1 つ前の結果を利用して埋めていきます。





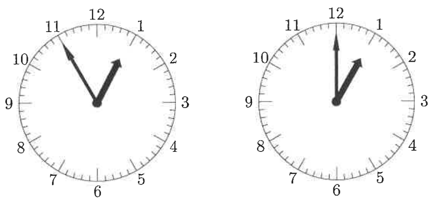
①③　①②
3＋2　3＋2

		1 列	2 列	3 列	4 列	5 列	6 列	7 列
左はし	①	1	3	7	17	41	99	239
	②	1	2	5	12	29	70	169
	③	1	2	5	12	29	70	169
計		3	7	17	41	99	239	577

（イ）3 列のときは 17 種類　（ウ）7 列のときは 577 種類です。

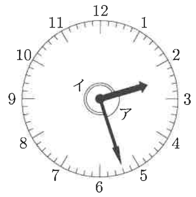
4 開成君の時計はつねに正しい時刻より 5 分遅れた時刻を指します。この時計について，次の問いに答えなさい。

開成君の時計　　正しい時刻を指す時計



(1) 開成君の時計の長針と正しい時刻を指す時計の短針が同じ位置にくる場合を考えます。正しい時刻で 1 時を過ぎたあと，初めてそのようになるのは何時何分ですか。正しい時刻で答えなさい。

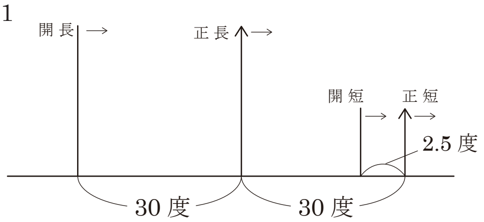
正しい時刻を指す時計の短針と長針の間にできる角の大きさを a，開成君の時計の短針と長針の間にできる角の大きさを b という文字で表すことにします。ただし，短針と長針の間にできる角というのは，たとえば次の図のような例でいうと，短針と長針によってできる角ア，イのうち，角の大きさが 180° 以下である角アのほうを指すものとします。



(2) 正しい時刻で 1 時を過ぎたあと (1) の時刻までの間で，a と b が等しくなるのは何時何分ですか。正しい時刻で答えなさい。

(3) 正しい時刻で 1 時を過ぎたあと (1) の時刻までの間で，a が b の 2 倍になる時刻を A とし，(1) の時刻を過ぎてから初めて a が b の 2 倍になる時刻を B とします。時刻 A から時刻 B までの時間は何分何秒ですか。

(1)　図 1



開成君の時計，正しい時刻の時計ともに長針は 1 分で 6 度，短針は 1 分で 0.5 度進みます。正しい時刻で 1 時のとき，4 つの針の位置関係は図 1 のようになります。開成君の長針と正しい時計の短針は 30＋30＝60 度はなれており，重なるのは 1 時の $60\div(6-0.5)=60\div\frac{11}{2}=\frac{120}{11}=10\frac{10}{11}$ 分後の 1 時 $10\frac{10}{11}$ 分です。

(2) 図 1 で長針どうしは 30 度，短針どうしは 0.5×5＝2.5 度はなれており，時間が経っても差は一定です。a と b が等しくなるとき，図 2 のような位置関係になり，$a=b=(30-2.5)\div2=13.75$ 度（$\frac{55}{4}$度）です。正しい時計の長針と短針は 1 時では 30 度はなれていて，一度重なり，図 2 のときには $a=\frac{55}{4}$ 度はなれています。これは $\left(30+\frac{55}{4}\right)\div(6-0.5)=\frac{175}{4}\div\frac{11}{2}=\frac{175}{22}=7\frac{21}{22}$ 分後なので，1 時 $7\frac{21}{22}$ 分です。

(3) 図 3 が時刻 A，図 4 が時刻 B を表しています。
図 3 のとき，$a=(30-2.5)\div3\times2=\frac{55}{3}$ 度になります。
図 4 のとき，②＋2.5 度＝①＋30 度なので，①＝30－2.5＝27.5 度，a＝27.5×2＝55 度です。
正しい時計の針に注目すると，A から B の時刻に間に調長針は $55-\frac{55}{3}=\frac{110}{3}$ 度多く進んでいるので，時間は $\frac{110}{3}\div\frac{11}{2}=\frac{20}{3}$ 分＝$6\frac{2}{3}$ 分＝6 分 40 秒です。

図 2

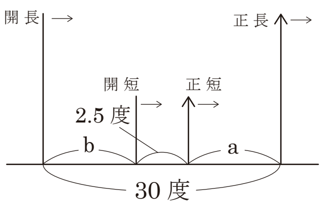


図 3（時刻 A）

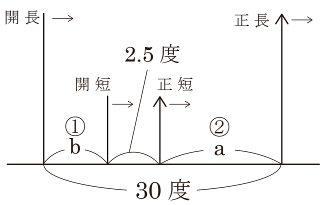


図 4（時刻 B）