1　$\left(\frac{\square}{726}+\frac{1}{22}\right)\div\frac{2}{5}=2\times\left(\frac{1}{3}-\frac{7}{121}\right)$

$$\left(\frac{\square}{726}+\frac{1}{22}\right)\div\frac{2}{5}=2\times\left(\frac{1}{3}-\frac{7}{121}\right)$$

$$\left(\frac{\square}{726}+\frac{1}{22}\right)\div\frac{2}{5}=2\times\frac{100}{363}$$

$$\frac{\square}{726}+\frac{1}{22}=2\times\frac{100}{363}\times\frac{2}{5}=\frac{80}{363}$$

$$\frac{\square}{726}=\frac{80}{363}-\frac{1}{22}=\frac{160}{726}-\frac{33}{726}=\frac{127}{726}$$

2

ある仕事に兄と弟が取り組みます。兄は 30 分働くごとに 5 分休むことを繰り返します。弟は働き始めると休まずに働き続けます。兄が働き始め，その 95 分後に弟も一緒に働き始めると，兄が働き始めてから 135 分後にこの仕事が終わります。また，弟が働き始め，その 90 分後に兄も一緒に働き始めると，弟が働き始めてから 140 分後にこの仕事が終わります。

この仕事を弟だけで終わらせるには $\square$ 分かかります。

兄は 135 分で 3 回（15 分）休み，135 − 15 ＝120 分働き，弟は 135 − 95＝40 分働きます。また弟が 140 分働くとき，兄は 140 − 90＝50 分取り組むので，1 回（5 分）休み，50 − 5＝45 分働きます。

兄 ×120 分 ＋ 弟 × 40 分 ＝ 全

兄 ×45 分 ＋ 弟 ×140 分 ＝ 全

このような関係になり，差に注目すると，

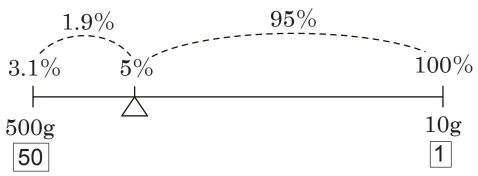
兄 ×75 分 ＝ 弟 × 100 分

1 分あたりを，兄が④，弟が③と表せます。仕事全体は ④×120＋③×40 ＝480 ＋120 ＝600 になります。この仕事を弟だけだと 600 ÷③＝200 分かかります。

3

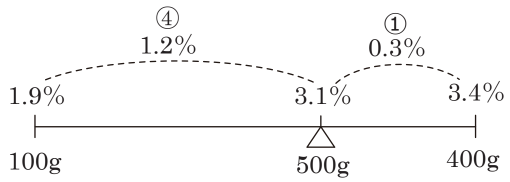
濃度が ① %の食塩水が ② g 入っている容器に，濃度が 1.9%の食塩水 100g を加えてよくかき混ぜると，濃度が 3.1%になりました。そのあとに食塩 10g を加えてよくかき混ぜると，濃度が 5%になりました。

3.1%の食塩水に食塩 10 g を混ぜると 5%の食塩水ができます。



1.9%：95%＝1：50 なので，3.1%の食塩水は 10×50＝500 g です。

はじめの食塩水に 1.9%の食塩水 100 g を混ぜると 3.1%の食塩水 500 g ができます。



はじめの容器の食塩水は 500 − 100＝400 g です。てんびん図より，100：400＝1：4 の逆比を利用すると濃度は 3.1＋0.3＝3.4%。

①…3.4%　②…400 g

4

2 を 10 個かけてできる数 $2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$ を 17 で割った余りは ① です。また，2 を 2022 個かけてできる数 $\underbrace{2\times\cdots\cdots\times2}_{2022個}$ を 17 で割った余りは ② です。

	1 個	2 個	3 個	4 個	5 個	6 個	7 個	8 個	9 個	10 個	…
	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	…
17 で割ったときの余り	2	4	8	16	15	13	9	1	2	4	…

① 2 を 8 個かけてできる数 256 は 17 で割ると余りが 1 になります。2 を 10 個かけるときは 10－8＝2 個かけるときと余りが同じになるので 4 です。

② 2022 個かけるとき，2022÷8＝252 あまり 6 なので，2 を 6 個かけてできる数について考えるとよい。64 を 17 で割ると余りが 13 になります。

5

A，*B*，*C*，*D* は 1 以上 10 以下の整数です。*A*，*B*，*C*，*D* の中に同じ整数が含(ふく)まれていてもよいものとします。$A\times B+A\times C+A\times D+B\times C\times D$ が偶数となるような *A*，*B*，*C*，*D* の組は全部で ＿＿ 組あります。

$$A\times B+A\times C+A\times D+B\times C\times D$$
$$=A\times(B+C+D)+B\times C\times D$$

A，B，C，D のすべての組み合わせは $10\times10\times10\times10=10000$ 組です。そこから上の式の答えが奇数になるもの取り除いて考えていきます。

（ア）A が**偶数**のとき

$$\underset{偶}{A}\times\underbrace{(B+C+D)}_{どちらでもよい}+\underbrace{B\times C\times D}_{奇}=奇$$

B×C×D が**奇数**になるには，B，C，D すべてが**奇数**になります。

A　B　C　D
$5\times5\times5\times5=5^4$ 通り

2,4,6,8,10 の 5 通り　　1,3,5,7,9 の 5 通り

（イ）A が**奇数**のとき

$$\underset{奇}{A}\times\underbrace{(B+C+D)}_{偶}+\underbrace{B\times C\times D}_{奇}=奇$$

存在しない

$$\underset{奇}{A}\times\underbrace{(B+C+D)}_{奇}+\underbrace{B\times C\times D}_{偶}=奇$$

これは，B，C，D のうち 1 つが**奇数**で残り 2 つが**偶数**になるとよい。

A　B　C　D
$5\times\underbrace{5\times5\times5}_{奇偶偶}\times3=5^4\times3$ 通り

奇数になるのが B,C,D のうち 1 つ（残りは偶数）

よって，式が偶数になるのは，

$10000-(5^4+5^4\times3)=10000-5^4\times4$

$=10000-2500=$ 7500 組

6

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\underbrace{2\times\cdots\cdots\times 2}_{\boxed{\text{ウ}}\text{個}}}-\frac{\boxed{\text{イ}}}{\underbrace{3\times\cdots\cdots\times 3}_{\boxed{\text{エ}}\text{個}}}-\frac{1}{5\times5\times5\times5}=\frac{337}{\underbrace{2\times\cdots\cdots\times 2}_{\boxed{\text{ウ}}\text{個}}\times\underbrace{3\times\cdots\cdots\times 3}_{\boxed{\text{エ}}\text{個}}\times 625}$$

の $\boxed{\text{ア}}$ に整数を，$\boxed{\text{イ}}$ に 1 以上 9 以下の整数を，$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ に 2 以上 5 以下の整数をあてはめて，この式を完成させせました。このとき，$\boxed{\text{ア}}$ にあてはまる整数は $\boxed{}$ です。

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{A}-\frac{\overset{1〜9}{\boxed{\text{イ}}}}{B}-\frac{1}{625}=\frac{337}{A\times B\times 625}$$

4,8,16,32 のいずれか

9,27,81,243 のいずれか

条件を整理すると上のようになります。

2^2，2^3，2^4，2^5 は順に 4，8，16，32 で，

3^2，3^3，3^4，3^5 は順に 9，27，81，243 です。

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{A}-\frac{\boxed{\text{イ}}}{B}=\frac{337}{A\times B\times 625}+\frac{1}{625}$$

$$=\frac{337+A\times B}{A\times B\times 625}$$

約分できるためには，分子の 337＋A×B が 625 の倍数になるとよいので，337＋32×9＝337＋288＝625 が考えられる。（A＝32，B＝9，つまり **ウ**＝5，**エ**＝2）

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{32}-\frac{\boxed{\text{イ}}}{9}=\frac{1}{32\times 9}$$

$$\to\ \frac{9\times\boxed{\text{ア}}-32\times\boxed{\text{イ}}}{32\times 9}=\frac{1}{32\times 9}$$

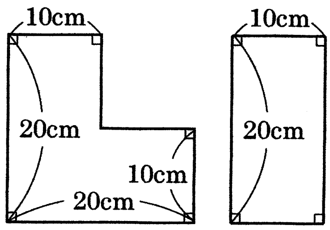
$$\to\ 9\times\underset{25}{\boxed{\text{ア}}}-32\times\underset{7}{\overset{1〜9}{\boxed{\text{イ}}}}=1$$

$\boxed{\text{イ}}$ は 1 ～9 なので順に調べていくと，上の組み合わせのときに 225－224＝1 になります。答えは$\boxed{\text{ア}}$＝<u>25</u> です。

7

図のような形をしたタイルがそれぞれ何枚かあります。これらを裏返さずに，壁（かべ）に固定された枠（わく）の中にすき間なくぴったりはりつけます。一辺の長さが 20cm の正方形の枠の中に，2 枚のタイル B をはりつける方法は全部で 2 通りあります。

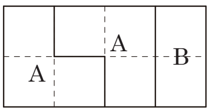
縦の長さが 20cm，横の長さが 40cm の長方形の枠の中に，2 枚のタイル A と 1 枚のタイル B をはりつける方法は全部で $\boxed{①}$ 通りあります。



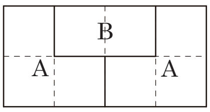
タイル A　タイル B

また，縦の長さが 20cm，横の長さが 50cm の長方形の枠の中に，2 枚のタイル A と 2 枚のタイル B をはりつける方法は全部で $\boxed{②}$ 通りあります。

①



4 通り

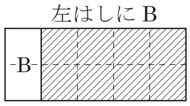


2 通り

2 種類のタイプがあり，合計で<u>6 通り</u>です。

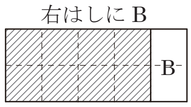
②

左はしに B



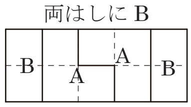
①の答えで 6 通り

右はしに B

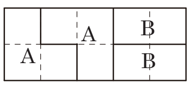


①の答えで 6 通り

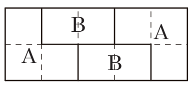
両はしに B



2 通り …かぶるのでひく



4 通り

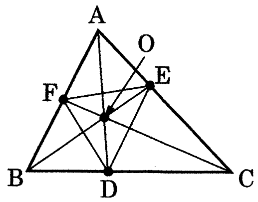


2 通り

合計で 6×2－2＋4＋2＝<u>16 通り</u>です。

8

右の図で，３本の直線 AD，BE，CF は点 O で交わっています。また，三角形 OAB の面積は $3cm^2$，三角形 OBC の面積は $5cm^2$，三角形 OCA の面積は $4cm^2$ です。このとき，三角形 DEF の面積は ① cm^2，三角形 OEF の面積は ② cm^2 です。

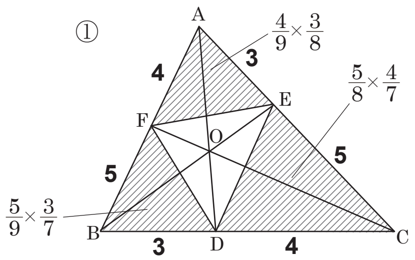


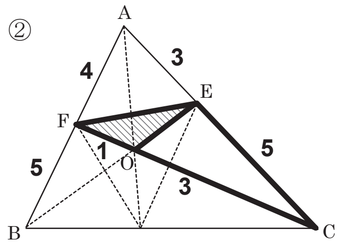
① 三角形OAB と三角形OBC の面積比が 3：5 なので，AE：EC＝3：5。三角形OAB と三角形OCA の面積比が 3：4 なので，BD：DC＝3：4 です。三角形OCA と三角形OBC の面積比が 4：5 なので，AF：FB＝4：5 です。三角形AFE は三角形ABC の $\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{6}$ 倍，三角形BDF は $\frac{5}{9}\times\frac{3}{7}=\frac{5}{21}$ 倍，三角形CED は $\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{5}{14}$ 倍なので，三角形DEF の面積は

$(3+5+4)\times\{(1-(\frac{1}{6}+\frac{5}{21}+\frac{5}{14})\}=12\times\frac{5}{21}$

$=\frac{20}{7}cm^2$ になります。

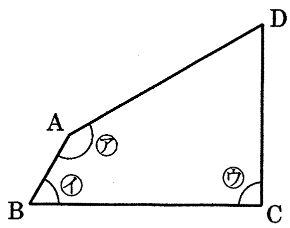
② 三角形OAB と四角形AOBC の面積比が 3：(4＋5)＝1：3 なので，FO：OC＝1：3 です。三角形EFC は三角形ABC の $\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}$（倍）で，三角形OEF はそれの $\frac{1}{4}$ 倍です。三角形OEF は $12\times\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{6}cm^2$。

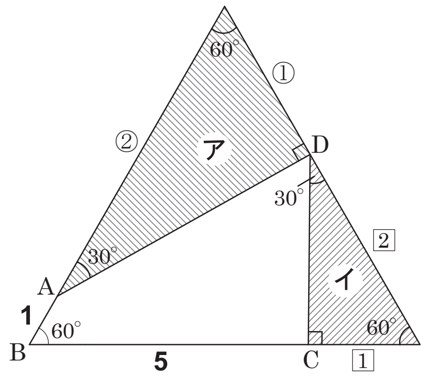
①


②


9

右の図の四角形 ABCD で，㋐の角の大きさは 150°，㋑の角の大きさは 60°，㋒の角の大きさは 90° です。辺 BC の長さが辺 AB の長さの 5 倍であるとき，辺 CD の長さは辺 DA の長さの [ ] 倍です。





辺 AB と辺 BC を延長し，点 D を通る線で結ぶと，四角形 ABCD を囲む正三角形ができます。直角三角形**ア**，**イ**の 60 度をはさむ 2 辺の長さの比は 1：2 なので，辺の比は図の通りになります。

（一辺の長さ）＝**1**＋②

（一辺の長さ）＝①＋$\boxed{2}$

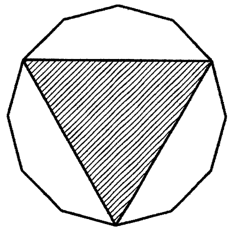
（一辺の長さ）＝$\boxed{1}$＋**5** …★　の 3 つの式ができ，これを足して 3 で割ると，

（一辺の長さ）＝**2**＋①＋$\boxed{1}$ …☆　になります。

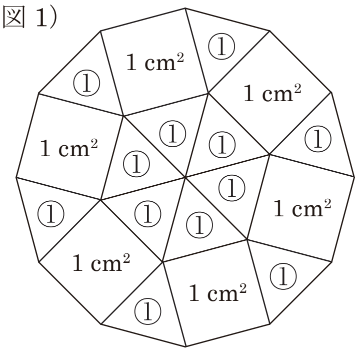
★＝☆より，$\boxed{1}$＋**5**＝**2**＋①＋$\boxed{1}$ なので，①＝**3**，そして $\boxed{1}$＝**2** になります。直角三角形**ア**，**イ**の相似比が 3：2 とわかるので，CD は DA の $\frac{2}{3}$ 倍です。

10

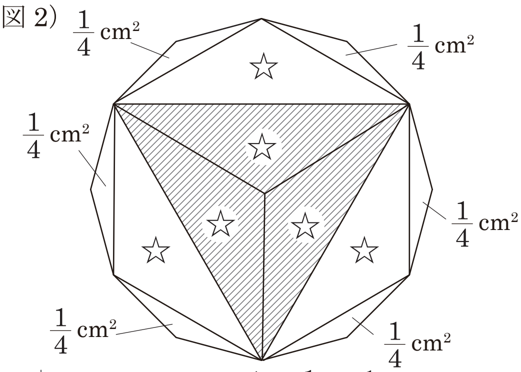
右の図のように，一辺の長さが 1cm の正十二角形があります。この正十二角形の面積は，一辺の長さが 1cm の正三角形 12 個の面積の和よりも $\boxed{①}$ cm^2 大きいです。また，右の図の斜線（しゃせん）部分の面積は，一辺の長さが 1cm の正三角形 6 個の面積の和よりも $\boxed{②}$ cm^2 大きいです。



（図 1）



（図 2）



① 一辺が 1 cm の正三角形の面積を①とします。正十二角形は（図 1）のように正三角形 12 個と正方形（1 個の面積 1 cm²）6 個に分割できるので，⑫＋6 cm² と表せます。これは，12 個の正三角形の和（⑫）よりも 6 cm² 大きいです。

② （図 2）のように分割して考えます。6 個できる頂角が 150 度の二等辺三角形は，底辺を 1 cm としたときの高さが $\frac{1}{2}$ cm なので，面積は $1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ cm² です。

正十二角形＝☆×6＋$\frac{1}{4}$×6

＝☆×6＋$\frac{3}{2}$ cm²

（図 1）より，☆×6＋$\frac{3}{2}$ cm²＝⑫＋6 cm²

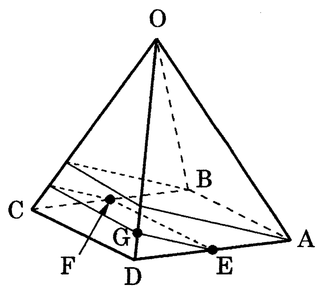
→☆×6＝⑫＋$\frac{9}{2}$ cm²

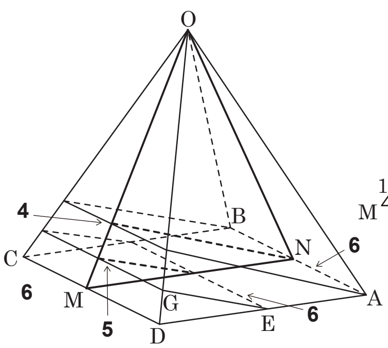
→☆×3＝⑥＋$\frac{9}{4}$ cm²

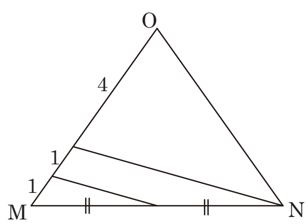
色のついた正三角形（☆×3）は 6 個の正三角形の和（⑥）よりも $\frac{9}{4}$ cm² 大きいです。

11

右の図のように，体積が 144cm³ の四角すい O - ABCD があります。辺 OA，OB，OC，OD の長さはすべて等しく，底面は正方形 ABCD です。E は辺 AD の真ん中の点，F は辺 BC の真ん中の点です。G は辺 OD 上の点で，OG の長さは GD の長さの 5 倍です。この四角すいを，3 点 E，F，G を通る平面と，その平面に平行で点 A を通る平面で 3 つの立体に切り分けたとき，点 O も点 D も含（ふく）まない立体の体積は $\boxed{\quad}$ cm³ です。







（底面積）

辺 CD, AB の中点 M, N としたとき，三角形OMN が底面積の切断三角柱として考えます。高さ平均は（図）参照。点 O を含む立体は

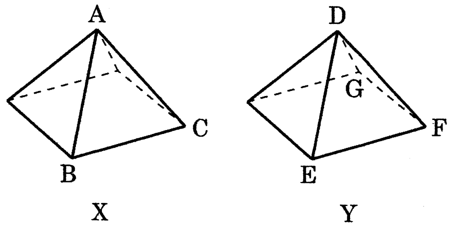
$144\times\underbrace{\frac{4}{6}}_{底面積}\times\underbrace{\frac{0+4+6}{0+6+6}}_{高さ平均}=80$ cm³,

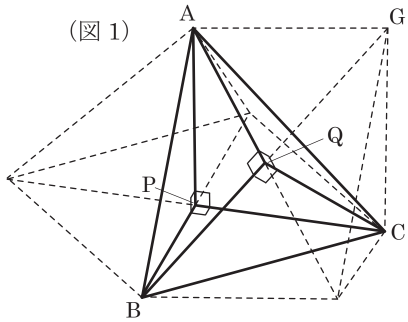
点 D を含む立体は $144\times\underbrace{\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}}_{底面積}\times\underbrace{\frac{5+6+6}{0+6+6}}_{高さ平均}=17$ cm³,

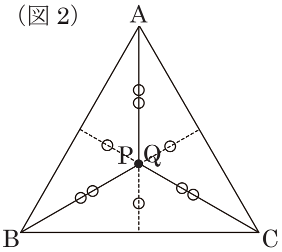
点 O も点 D も含まない立体は 144－(80＋17)＝47 cm³。

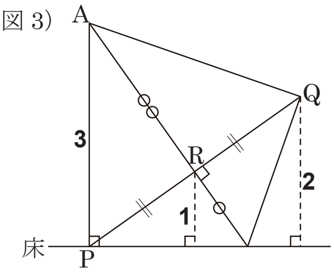
12

右の図で，X，Y はどちらも，すべての辺の長さが 1cm で底面が正方形の四角すいです。X の正方形の面を床に接着し，A と F，B と E，C と D がそれぞれ重なるように X と Y を接着すると，G の床からの高さは，A の床からの高さの [　　] 倍です。









X と Y の正四角すいを接着すると（図 1）のようになります。正方形の面の中心を P，Q とし，X，Y をそれぞれ 4 つの三角すい（直角二等辺三角形 3 枚と正三角形 1 枚でできる）に分けて考えます。ここで，G の床から高さは，Q の床からの高さの 2 倍です。正三角形 ABC を正面からまっすぐ見たとき，P と Q は重なり，（図 2）のように 2 : 1 に分ける点に重なります。（三角形の重心といいます。）P と Q を結んだとき，面 ABC と交わる点を R とします。（図 3）の断面図より，高さの比が図のようにわかります。A の高さが **3**，G の高さが Q の床からの高さの 2 倍で **4** になります。答えは $\frac{4}{3}$ 倍です。