1　ウサギとカメが競走をしました。

カメはスタート地点からゴール地点まで，毎分 4 m の速さで走り続けました。

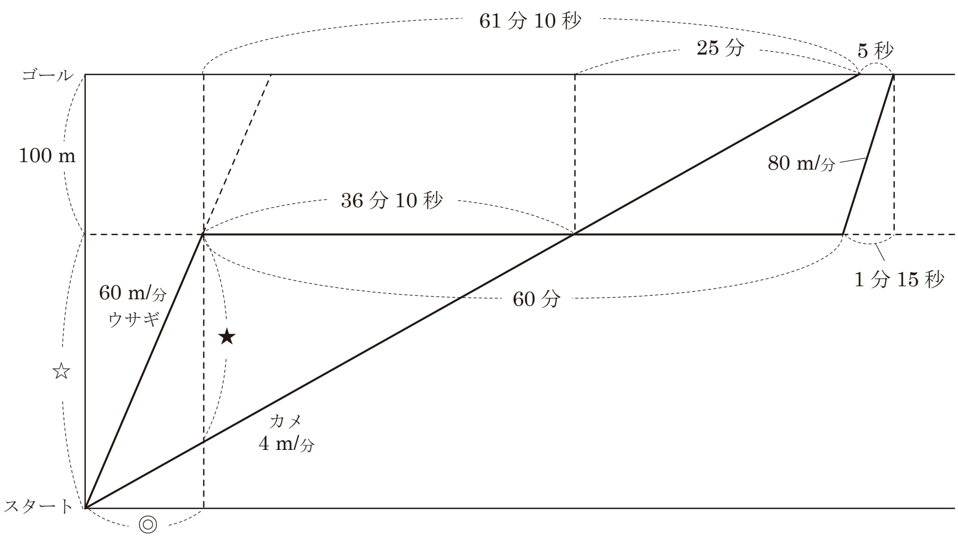
ウサギはスタート地点をカメと同時に出発し，毎分 60 m の速さで走っていましたが，ゴール地点まで残り 100 m になったところで走るのをやめて，昼寝を始めました。昼寝を始めた 60 分後に目を覚ましたウサギは，カメに追い抜かれていることに気がつきました。あわてたウサギは，そこから毎分 80 m の速さでゴール地点まで走りましたが，ウサギがゴール地点に着いたのは，カメがゴール地点に着いた時刻の 5 秒後でした。

次の問いに答えなさい。

(1) ウサギが昼寝を始めてからカメがゴール地点に着くまでの時間は何分何秒ですか。

(2) ウサギが昼寝を始めたとき，ウサギはカメより何 m 先にいましたか。

(3) スタート地点からゴール地点までの道のりは何 m ですか。



(1) ウサギは昼寝を終えて，$100 \div 80 = \frac{5}{4}$ 分＝1 分 15 秒後にゴールします。カメはウサギが昼寝を始めてから 60 分＋1 分 15 秒－5 秒＝61 分 10 秒でゴールします。

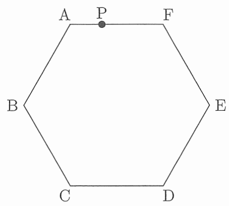
(2) カメは 100 m を $100 \div 4 = 25$ 分かかるので，ウサギが昼寝を始めてから追い抜くまでに 61 分 10 秒－25 分＝36 分 10 秒＝$36\frac{1}{6}$ 分かかります。ウサギが昼寝を始めたとき，ウサギはカメよりも★＝$4 \times 36\frac{1}{6} = 4 \times \frac{217}{6} = 144\frac{2}{3}$ m（$\frac{434}{3}$ m）先にいます。

(3) グラフの◎＝$\frac{434}{3} \div (60-4) = \frac{31}{12}$ 分＝$2\frac{7}{12}$ 分＝2 分 35 秒で，昼寝する場所はスタートから☆＝$60 \times \frac{31}{12} = 155$ m はなれているので，ゴールまでの道のりは 155＋100＝255 m です。

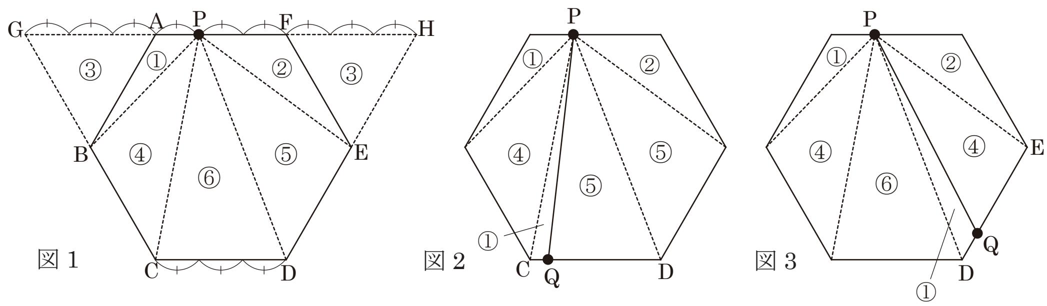
2　図のような，1 辺の長さが 1 cm の正六角形 ABCDEF の周上に，次のような点 P と点 Q があります。

- 点 P は辺 AF 上にあり，AP : PF ＝ 1 : 2 です。
- 点 Q は頂点 A を出発し，正六角形の周上を反時計回りに分速 1 cm で動きます。点 Q は，頂点 B，C，D，E をこの順で通り，頂点 A を出発した 5 分後に頂点 F で止まります。

点 Q が頂点 A や頂点 F にいるときを除いて，正六角形は直線 PQ によって 2 つの部分に分けられます。この 2 つの部分のうち，一方の面積が他方の面積の 2 倍になるのは，点 Q が頂点 A を出発してから何分何秒後ですか。2 つ答えなさい。

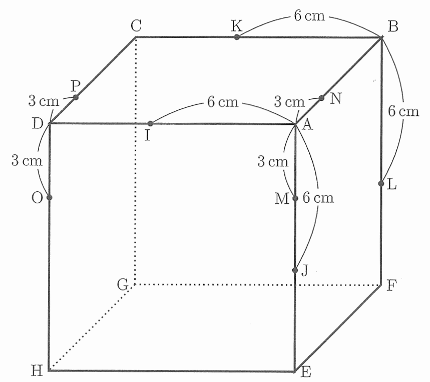


（図 1）正三角形ABG，正三角形EFH の面積を③，正六角形 ABCDEF を③×6＝⑱とします。三角形 ABP は三角形 ABG の $\frac{1}{3}$ 倍で①，三角形 EFP は①×2＝②，GB＝BC，DE＝EH なので，

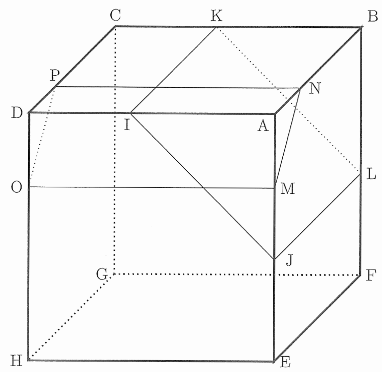


三角形 PBC と三角形 PGB，三角形 PDE と PEH は面積が等しく，三角形 PCD もふくめて面積比は図の通りになります。PQ で正六角形を 2 つの部分に分けるとき，一方は⑱×$\frac{1}{3}$＝⑥となります。点 Q が CD 上のとき，図 2 のようになり，CQ : QD＝1 : 5 で CQ＝$\frac{1}{6}$ cm がわかります。Q は A から $2\frac{1}{6}$ cm 進んだので，$2\frac{1}{6}$ 分＝2 分 10 秒後です。点 Q が DE 上のとき，図 3 のようになり，DQ : QE＝1 : 4 で DQ＝$\frac{1}{5}$ cm です。Q は A から $3\frac{1}{5}$ cm 進んだので，$3\frac{1}{5}$ 分＝3 分 12 秒後です。

3 図のような，各辺の長さが 10 cm の立方体 ABCD–EFGH があります。
図のように，辺 AD，AE，BC，BF 上にそれぞれ点 I，J，K，L があり，AI＝6 cm，AJ＝6 cm，BK＝6 cm，BL＝6 cm です。また，辺 AE，AB，DH，DC 上にそれぞれ点 M，N，O，P があり，AM＝3 cm，AN＝3 cm，DO＝3 cm，DP＝3 cm です。



この立方体を，4 点 I，J，K，L を通る平面と 4 点 M，N，O，P を通る平面で切断して，4 つの立体に切り分けます。切り分けてできる 4 つの立体のうち，頂点 G をふくむ立体を X とします。

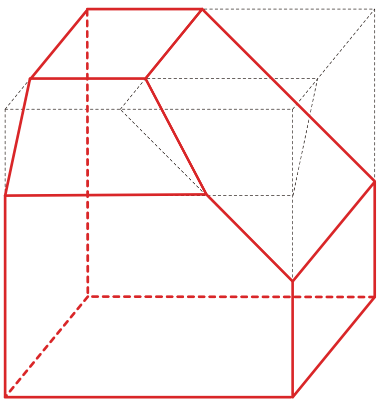


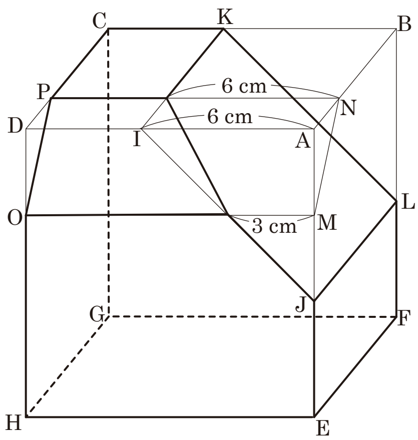
次の問いに答えなさい。

(1) 解答らんには，もとの立方体と四角形 IJLK と四角形 MNPO の辺が薄くかかれています。
立体 X の見取図をかきなさい。ただし，見えている辺は濃い線で，見えていない辺は濃い点線でかき入れなさい。

(2) 立体 X の体積を求めなさい。

(1) の答え





(2) 平面 KIJL を通る平面で切ると，三角柱 AIJ-BKL の体積は $6\times6\times\frac{1}{2}\times10=180$ cm^3，平面 POMN を通る平面で切ると，三角柱 AMN-DOP の体積は $3\times3\times\frac{1}{2}\times10=45$ cm^3 です。2 つ三角柱の共通部分は底面が三角形 AMN の切断三角柱で，体積は $3\times3\times\frac{1}{2}\times\frac{3+6+6}{3}=22.5$ cm^3 です。
立方体 ABCD-EFGH（1000 cm^3）から取りのぞく部分は，$180+45-22.5=202.5$ cm^3 なので，G をふくむ立体 X の体積は $1000-202.5=$ 797.5 cm^3 になります。

4 周の長さが 6 cm の円があります。図 1 のように，この円周を 6 等分する場所を順に A，B，C，D，E，F とします。
この円周上を毎秒 1 cm の速さで動く 3 つの点 P，Q，R を考えます。
3 点 P，Q，R はそれぞれ A 地点，C 地点，E 地点から同時に動き始めて，図 2 の各矢印の向きに進みます。その後，P，Q，R のうちの 2 点が出会うたびに，出会った 2 点はそれぞれ直前の自分とは反対の向きに同じ速さで進みます。
図 3 は，3 点 P，Q，R が動き始めてから 1 秒後に，P，Q，R がいる地点を表しています。

図 1

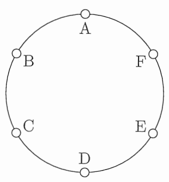


図 2

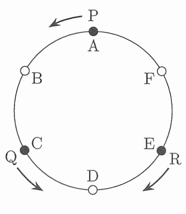
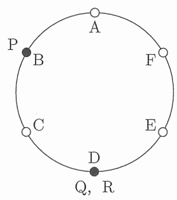


図 3



次の問いに答えなさい。

(1) 3 点 P，Q，R が動き始めてから 6 秒後に，P，Q，R がいる地点はどこですか。図 2 や図 3 を参考にして，どの地点にどの点がいるかがわかるように，解答らんの図の○を黒く塗って P，Q，R の記号を書き入れなさい。ただし，動く向きを示す矢印を付ける必要はありません。

(2) 3 点 P，Q，R が動き始めてから初めて，P，Q，R が同時に最初の位置に到達するのは何秒後ですか。

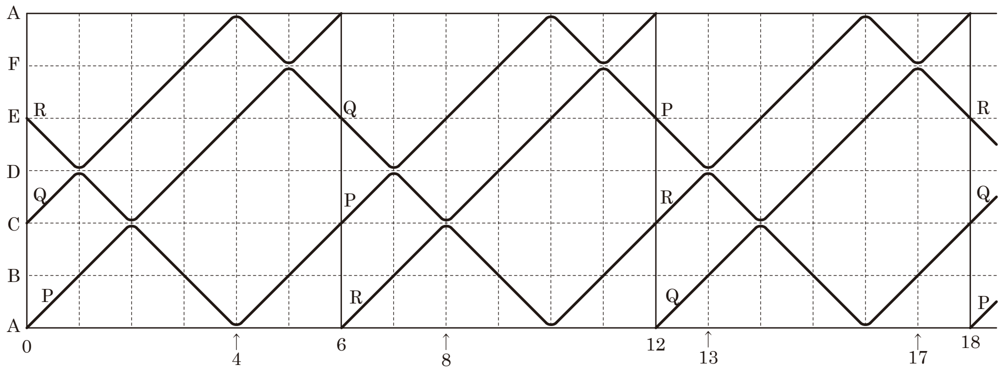
(3) 3 点 P，Q，R が動き始めてから 100 秒後に，P，Q，R がいる地点はどこですか。図 2 や図 3 を参考にして，どの地点にどの点がいるかがわかるように，解答らんの図の○を黒く塗って P，Q，R の記号を書き入れなさい。ただし，動く向きを示す矢印を付ける必要はありません。

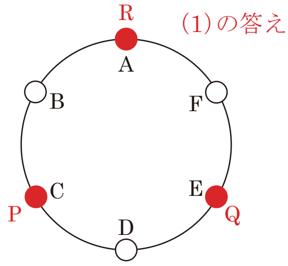
(4) 点 P と点 R が 99 回目に出会うのは，3 点 P，Q，R が動き始めてから何秒後ですか。

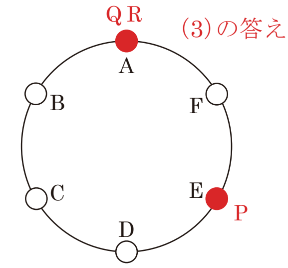
(1) 3 点 P，Q，R の動く様子は次のページのグラフのように表しました。6 秒ごとに 3 点は A，C，E にもどり，同じ動きをくり返します。6 秒後に点 P は C 地点，点 Q は E 地点，点 R は A 地点にいます。

(2) 12 秒後に点 P は E 地点に，18 秒後に点 P は A 地点にもどります。P，Q，R が動き始めてから初めて同時に最初の位置に到達するのは 18 秒後です。

（次のページに続く）







(3) 18 秒が周期になっています。100÷18＝5 あまり 10 で，100 秒後の 3 点の位置は 10 秒後と同じなので，グラフより，点 P は E 地点，点 Q と R は A 地点にいます。

(4) 周期の 18 秒間で点 P と点 R が出会うのは，グラフの「↑」に示された 4 秒後，8 秒後，13 秒後，17 秒後の 4 回あります。99÷4＝24 あまり 3 なので，99 回目に出会うのは 18×24＋13＝445 秒後です。

5　1，2，3，4，5，6，7 の 7 種類の数字のみを並べてつくられる整数 A，B を考えます。例えば，5，73，1422 は整数 A，B としてふさわしいですが，8，939，4016 は 8，9，0 の数字をふくむので整数 A，B としてふさわしくありません。

整数 A，B の和で新たな数をつくることを考えます。例えば，$A+B=20$ になる A，B の組は，次の表のように 10 通り考えられます。

A	17	16	15	14	13	7	6	5	4	3
B	3	4	5	6	7	13	14	15	16	17

次の空らん ア ～ キ にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

(1) $A+B=96$ になる A，B の組について考えます。

A，B の一の位の数字は，その和が 6 になるので，次の表のように 5 通り考えられます。

A の一の位の数字	5	4	3	2	1
B の一の位の数字	1	2	3	4	5

このうち，A の一の位の数字が 5，B の一の位の数字が 1 であるものを調べると，A，B の十の位の数字は，その和が 9 になるので，次の表のように 6 通り考えられます。

A の十の位の数字	7	6	5	4	3	2
B の十の位の数字	2	3	4	5	6	7

このことから，$A+B=96$ になる A，B の組のうち，A の一の位の数字が 5，B の一の位の数字が 1 であるものは，6 通りあることがわかります。

これを参考にして考えると，$A+B=96$ になる A，B の組は ア 通りあることがわかります。

(2) $A+B=971$ になる A，B の組について考えます。

$971=960+11$ に着目して考えると，A，B の一の位の数字は，その和が 11 になるので，次の表のように 4 通り考えられます。

A の一の位の数字	7	6	5	4
B の一の位の数字	4	5	6	7

また，(1) の結果を参考にして考えると，$A+B=971$ になる A，B の組のうち，A の一の位の数字が 7，B の一の位の数字が 4 であるものは， イ 通りあることがわかります。

これを参考にして考えると，$A+B=971$ になる A，B の組は ウ 通りあることがわかります。

(3) $A+B=972$ になる A，B の組について考えます。

A，B の一の位の数字は，その和が 12 と 2 のどちらかになるので，次の表のように 4 通り考えられます。

A の一の位の数字	7	6	5	1
B の一の位の数字	5	6	7	1

- $A+B=972$ になる A，B の組のうち，A の一の位の数字が 7，B の一の位の数字が 5 であるものは， エ 通りあります。
- $A+B=972$ になる A，B の組のうち，A の一の位の数字が 1，B の一の位の数字が 1 であるものは， オ 通りあります。

これらを参考にして考えると，$A+B=972$ になる A，B の組は カ 通りあることがわかります。

(4) $A+B=9723$ になる A，B の組は キ 通りあります。

(1) A＋B＝96 になる A，B の組について考えるとき，一の位の数字の組み合わせで 16 は作ることはできません（15 以上は作れない）。一の位は 5 通り，十の位は 6 通りの組み合わせがあるので，5×6＝30 通り（ア）です。

(2) A＋B＝971 のとき，一の位どうしの和は十の位に 1 くり上げをする 11 です(一の位どうしの和で 1 は作れない)。十の位と百の位の和は 96 になり，これは(1)より 30 通りです。A の一の位が 7，B の一の位が 4 のとき，30 通り（イ）あります。一の位の組み合わせは 4 通りなので，A，B の組は全部で 30×4＝120 通り（ウ）です。

(3) A の一の位が 7，B の一の位が 5 のとき，一の位の和が 12 になり十の位に 1 くり上げします。十の位と百の位の和が 96 なので，(1)より 30 通り（エ）です。

A の一の位が 1，B の一の位が 1 のとき，十の位と百の位の和が 97 になるときを考えます。

A の十の位	6	5	4	3	2	1
B の十の位	1	2	3	4	5	6

A の百の位	7	6	5	4	3	2
B の百の位	2	3	4	5	6	7

(1)を参考にすると，6×6＝36 通り（オ）です。

A の一の位	7	6	5	1
B の一の位	5	6	7	1
百と十の位	30	30	30	36 (通り)

上のように整理でき，全部で 30×3＋36＝126 通り（カ）。

(4)

A の一の位	7	6	2	1
B の一の位	6	7	1	2
	★	★	☆	☆

★の場合，千，百，十の位の和は 971 なので，(2)より 120 通り。☆の場合，千，百，十の位の和は 972 なので，(3)より 126 通り。よって，A＋B＝9723 になる組は全部で 120×2＋126×2＝492 通り（キ）あります。