

1  $2023 \times \left(\frac{1}{14} - \frac{1}{15}\right) \times \frac{1}{17} \times \frac{1}{17} = 1 \div (81 - \square)$

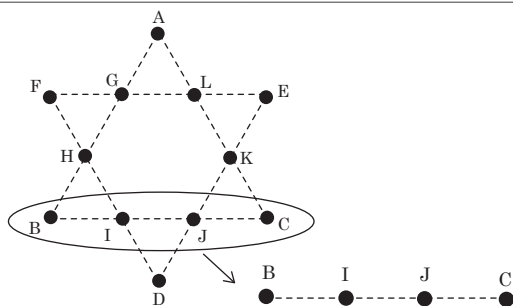
2023=7×17×17になることを利用します。

$$2023 \times \left(\frac{1}{14} - \frac{1}{15}\right) \times \frac{1}{17} \times \frac{1}{17} = 7 \times 17 \times 17 \times \frac{1}{14 \times 15} \times \frac{1}{17} \times \frac{1}{17} = \frac{1}{30}$$

→  $\frac{1}{30} = 1 \div (81 - \square) \rightarrow \square = 81 - 30 = 51$

2  
図のように、三角形 ABC の周と三角形 DEF の周が G, H, I, J, K, L で交わっています。点 A から点 L までの 12 個の点から異なる 3 個の点を同時に選んでそれらの点を直線で結びます。このとき、三角形ができない 3 個の点の選び方は全部で  通りあります。

選ぶ 3 点が一直線上にあるとき、三角形ができません。図の直線上の 4 つの点から 3 つの点を選ぶ方法は、 ${}^4C_3 = {}^4C_1 = 4$  通りです (選ばない点は B, I, J, C のいずれか)。この図の中に同じような直線は 6 本あるので、答えは  $4 \times 6 = 24$  通りになります。



3  
1 桁の数 A, 2 桁の数 BC, 3 桁の数 DEF と 3 桁の数 ABC, 2 桁の数 DE, 1 桁の数 F について、 $A + BC + DEF = ABC + DE + F$  が成り立っています。このとき、次のアからソのうち、必ず成り立つものは 3 つあります。それは ①  と ②  と ③  です。ただし、①, ②, ③ の順序は問いません。

ア $A = B$	イ $A = C$	ウ $A = D$	エ $A = E$	オ $A = F$
カ $B = C$	キ $B = D$	ク $B = E$	ケ $B = F$	コ $C = D$
サ $C = E$	シ $C = F$	ス $D = E$	セ $D = F$	ソ $E = F$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \hline
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \hline
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \hline
 \square = \square
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \hline
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \hline
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \phantom{+} \phantom{D} \phantom{E} \phantom{F} \\
 \hline
 \square = \square
 \end{array}$$

$A + BC + DEF = ABC + DE + F$  は、次のように等しい部分を打ち消し合うと  $DEA = ADE$  になります。

百の位は  $D = A$ , 十の位は  $E = D$ , 一の位は  $A = E$  がいえるので、 $A = D = E$  が成り立ちます。

(答え) ウ  $A = D$  エ  $A = E$  ス  $D = E$

4

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 2, 3, ...  
 というように 1 から 9 までの数を繰り返して並べ、  
 $| 1, 2, 3, 4 | 5, 6, 7, 8 | 9, 1, 2, 3 | 4, 5, 6, 7 | 8, 9, 1, 2 | 3, \dots$   
 というように 4 個ずつの数のグループに分けていきます。  
 2023 番目のグループに含まれる 4 個の数の和は ① です。1 番目のグループから 2023 番目のグループまでに含まれる 8092 個の数の和は ② です。

- ① 2023 番目のグループで最も右はしの数は、はじめから数えると  $4 \times 2023 = 8092$  個目の数です。1 から 9 の数は 9 個の周期で繰り返されます。  
 2023 番目のグループ ...  $| 7, 8, 9, 1 |$   $8092 \div 9 = 899$  あまり 1 なので、8092 個目の数は 1 だとわかります。4 個の数の和は  $7 + 8 + 9 + 1 = 25$  になります。
- ②  $8092 \div 9 = 899$  あまり 1 だったので、1 から 9 が 899 周期と、残り 1 を足します。  
 $(1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times 899 + 1 = 45 \times 899 + 1 = 40456$  です。

5

6 個の数 1, 2, 3, 4, 5, 6 を 2 個ずつ 3 つのグループ A, B, C に分けます。A に含まれる 2 つの数のうち大きい方が、B に含まれる 2 つの数のうち大きい方よりも大きくなるような分け方は全部で 通りです。

(1-6) 

A	B	C
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
∨	∨	
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

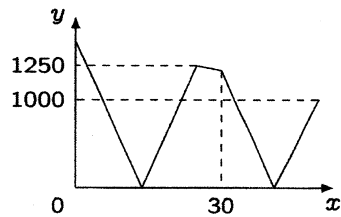
 C グループの 2 つの数の決め方は  ${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$  通りです。もし C が 5, 6 になり、1, 2, 3, 4 が A と B のグループのとき、左のように 3 通りの分け方があります。C の 2 つの数が決まり、残り 4 個がどの場合でも、A と B の分け方は 3 通りずつ存在するので、 $15 \times 3 = 45$  通りです。

A	B	A	B	A	B
4	3	4	2	4	3
∨	∨	∨	∨	∨	∨
2	1	3	1	1	2

6

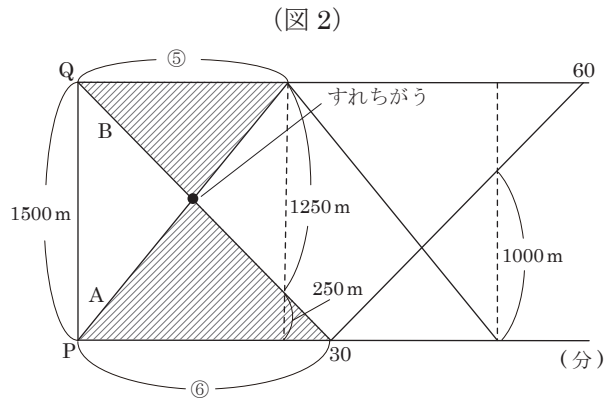
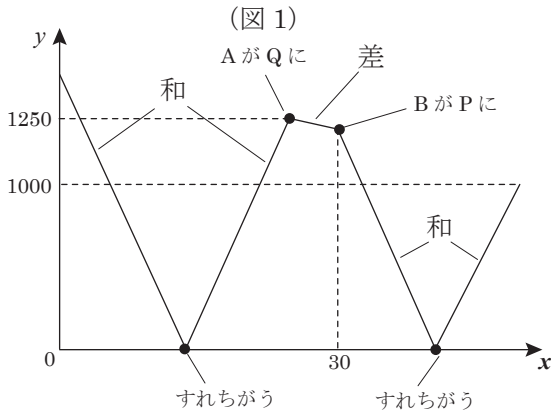
まっすぐな道路に地点 P と地点 Q があります。A さんは地点 P を出発して地点 Q に向かって歩き、地点 Q に着くとすぐに折り返して地点 P に向かって歩きます。A さんが地点 P を出発するのと同時に B さんは地点 Q を出発して地点 P に向かって歩き始め、地点 P に着くとすぐに折り返して地点 Q に向かって歩きます。A さんも B さんも、それぞれ常に一定の速さで歩きます。

A さんが地点 P を出発して  $x$  分後の A さんと B さんの距離を  $y$  m とします。A さんが地点 P を出発したのち再び地点 P に着くまでの間の  $x$  と  $y$  の関係は上のグラフのようになりました。このとき、地点 P と地点 Q の距離は ① m です。また、A さんが地点 P を出発して ② 分後に、A さんと B さんは初めてすれ違います。



- ① ここでは仮に A のほうが B よりも早いものとして、グラフの状況分析をすると、A が P から Q の距離を進んだとき、B は  $1250$  m を進んでいます。A が 1 往復し、次ページの図 1 のようになり、A と B の動きをダイアグラムに表すと図 2 になります。A が P から Q の距離を進んだときは、B は 2 倍の  $1250 \times 2 = 2500$  m 進んでいます。これは

(次のページに続く)



PQ + 1000 m = 2500 m の関係なので、PQ = 2500 - 1000 = 1500 m になります。

② A が 1500 m 進むと、B は 1250 m 進むので、速さ比は 1500 : 1250 = 6 : 5 で、

PQ を進むのにかかった時間の比は 5 : 6 になります。図 2 の斜線部分の相似に注目

すると、A と B が初めてすれ違うのは

$$30 \times \frac{5}{11} = \frac{150}{11} \text{ 分後 } (13\frac{7}{11} \text{ 分後}) \text{ です。}$$

7

ある国で使われる通貨の単位は「ナダ」です。円・ナダ取引において、円に対するナダの値段は毎日 1 回変化し、前日より安くなるか高くなるかのどちらかです。

ある日 1 ナダは 150 円でした。A さんはその次の日から以下のような方法で円・ナダ取引を始めました。前日よりナダが安くなれば持っている円の半分をナダに替<sup>か</sup>え、前日よりナダが高くなれば持っているナダの半分を円に替えます。

A さんは最初 5760 円のみを持っており、ナダは持っていませんでした。1 ナダは取引 1 日目は 120 円でした。前日よりナダが安くなったので、1 日目の取引の後 A さんの所持金は 2880 円と 24 ナダになりました。1 ナダは取引 2 日目は 90 円、取引 4 日目は 180 円で、4 日目の取引の後 A さんの所持金のうち円は 5940 円でした。このとき、取引 3 日目の 1 ナダは最も高い場合で ① 円、最も安い場合で ② 円です。ただし、A さんがしたすべての取引について、1 円未満、1 ナダ未満の端数は生じませんでした。また、手数料などは考えないものとします。

1 日目は安くなったので  
 $5760 \div 2 = 2880$  円をナダ  
 に替え、 $2880 \div 120 = 24$   
 ナダふえます。2 日目も  
 安くなったので  $2880 \div 2$   
 $= 1440$  円をナダに替え、

	150 円 / ナダ はじめ	安 120 円 / ナダ 1 日目	安 90 円 / ナダ 2 日目	? 円 / ナダ 3 日目	180 円 / ナダ 4 日目
円	5760	$\div 2 \rightarrow 2880$	$\div 2 \rightarrow 1440$		5940
ナダ	0	$+24 \rightarrow 24$	$+16 \rightarrow 40$		

$1440 \div 90 = 16$  ナダふえるので、40 ナダになります。2 日目は 1 ナダ = 90 円で、4 日目は 1 ナダ = 180 円で、3 日目、4 日目の前日との比較について、次の 3 パターンを考えます。

3 日目 4 日目  
(高, 高)

	90 円 / ナダ 2 日目	高 135 円 / ナダ 3 日目	高 180 円 / ナダ 4 日目
円	1440	$+2700 \rightarrow 4140$	$+1800 \rightarrow 5940$
ナダ	40	$\div 2 \rightarrow 20$	$\div 2 \rightarrow 10$

3 日目、4 日目ともにナダを半分にしていきます。4 日目は  $10 \times 180 = 1800$  円ふえたので、3 日目の円は  $5940 - 1800 = 4140$  円。3 日目は 20 ナダを  $4140 - 1440 = 2700$  円に替えたので、1 ナダは  $2700 \div 20 = 135$  円です。

(次のページに続く)

3日目 4日目 (高, 安)		高	安
		90 円 / ♪	180 円 / ♪
	2 日目	3 日目	4 日目
円	1440	$\xrightarrow{+10440}$ 11880	$\xrightarrow{\div 2}$ 5940
ナダ	40	$\xrightarrow{\div 2}$ 20	$\xrightarrow{+33}$ 53

3日目 4日目 (安, 高)		安	高
		90 円 / ♪	180 円 / ♪
	2 日目	3 日目	4 日目
円	1440	$\xrightarrow{\div 2}$ 720	$\xrightarrow{+5220}$ 5940
ナダ	40	$\xrightarrow{+18}$ 58	$\xrightarrow{\div 2}$ 29

3 日目はナダが半分の  $40 \div 2 = 20$  ナダになります。4 日目は円を半分にするので、3 日目が  $5940 \times 2 = 11880$  円で、 $5940 \div 180 = 33$  ナダを 4 日目に替えました。

3 日目には円が  $11880 - 1440 = 10440$  円ふえたので、1 ナダは  $10440 \div 20 = 522$  円です。

3 日目は円を半分にし  $1440 \div 2 = 720$  円をナダに替えます。4 日目はナダの半分を円に替え、 $5940 - 720 = 5220$  円ふえたので、 $5220 \div 180 = 29$  ナダ替えたことがわかります。

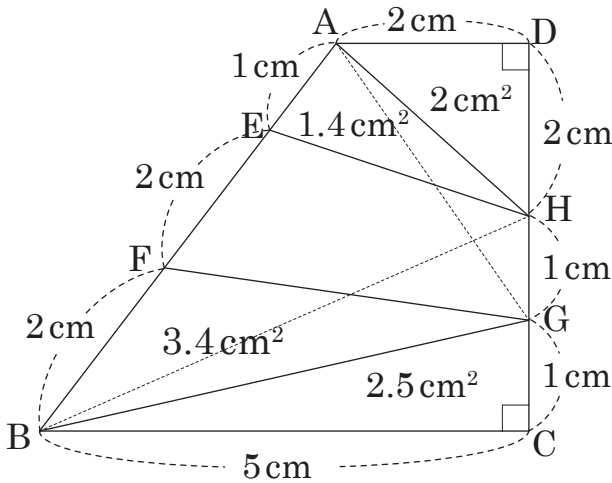
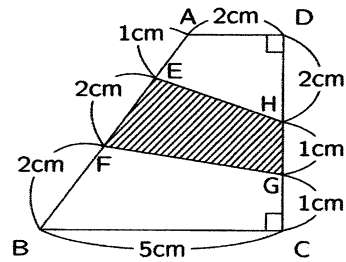
3 日目のナダが  $29 \times 2 = 58$  ナダで前日より  $58 - 40 = 18$  ナダふえました。3 日目の 1 ナダは  $720 \div 18 = 40$  円です。

よって、取引 3 日目の 1 ナダは最も高い場合で **522 円**、安い場合で **40 円**です。

① ②

8

図のように、四角形 ABCD の辺上に点 E, F, G, H があります。このとき、四角形 EFGH の面積は   $\text{cm}^2$  です。

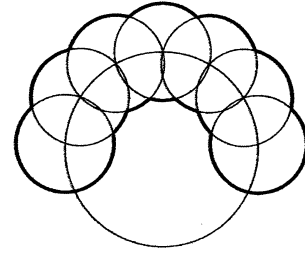


台形 ABCD の面積は  $(2+5) \times 4 \div 2 = 14 \text{ cm}^2$  です。三角形 AHD は  $2 \times 2 \div 2 = 2 \text{ cm}^2$ 、三角形 HBC は  $5 \times 2 \div 2 = 5 \text{ cm}^2$ 、三角形 ABH は  $14 - (2+5) = 7 \text{ cm}^2$  なので、三角形 AEH の面積は  $7 \times \frac{1}{5} = 1.4 \text{ cm}^2$  になります。また、三角形 AGD は  $2 \times 3 \div 2 = 3 \text{ cm}^2$ 、三角形 GBC は  $5 \times 1 \div 2 = 2.5 \text{ cm}^2$ 、三角形 ABG は  $14 - (3+2.5) = 8.5 \text{ cm}^2$  なので、三角形 FBG の面積は  $8.5 \times \frac{2}{5} = 3.4 \text{ cm}^2$  になります。

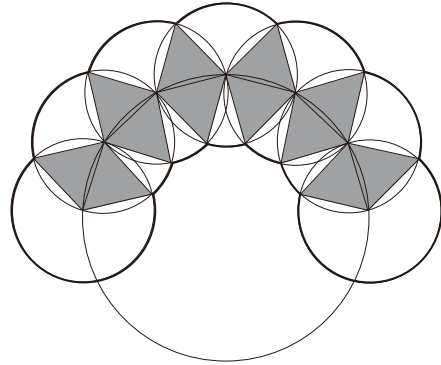
よって、四角形 EFGH の面積は  $14 - (2+1.4+2.5+3.4) = \mathbf{4.7 \text{ cm}^2}$  です。

9

図のように、半径が2cmの大きな円の周上に中心を持つ、半径が1cmの小さな円が7つあります。また、小さな円の中心はその隣の小さな円の周上にあります。このとき、太線の長さは  cm です。



図のようにむすぶと、小さい円は半径が1cmなので、1辺が1cmの正三角形(色のついた部分)が12個あらわれます。7つの円の重なっている曲線部分は  $60 \times 4 \times 6 = 1440$  度 = 4 周分に当たるので、太線の長さは、7周 - 4周 = 3周分です。太線の長さは  $2 \times 3.14 \times 3 = 6 \times 3.14 = 18.84$  cm です。



10

図の四角形 ABCD, BEFG, CHIE はすべて正方形です。また、F は辺 AB 上に、I は辺 AD 上にあります。正方形 CHIE の面積が  $65\text{cm}^2$ 、四角形 AFEI の面積と三角形 BCE の面積の和が  $56\text{cm}^2$  のとき、正方形 BEFG の面積は   $\text{cm}^2$  です。

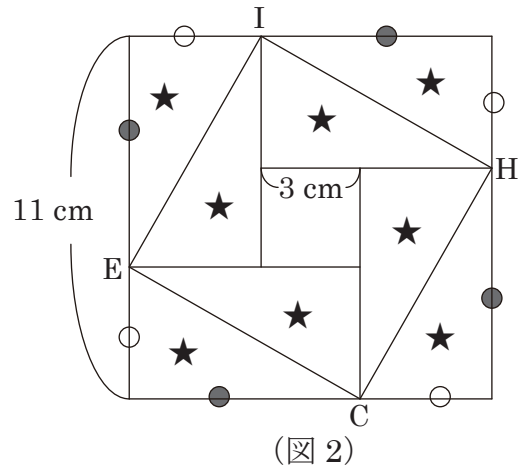
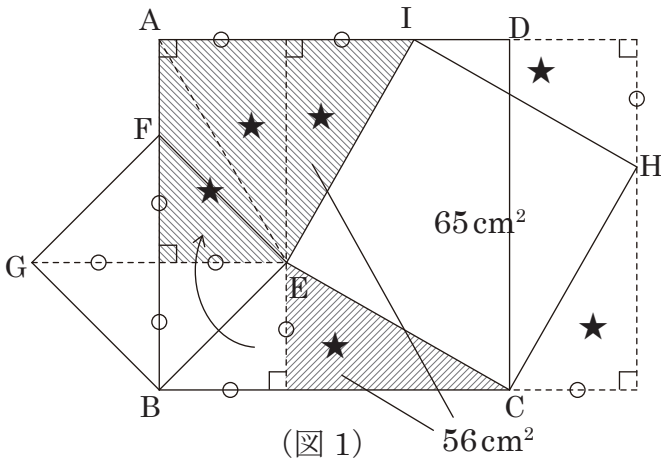
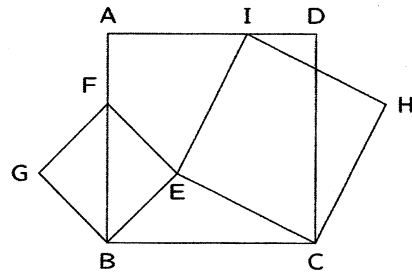
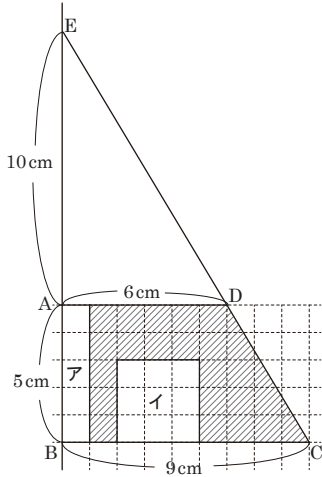
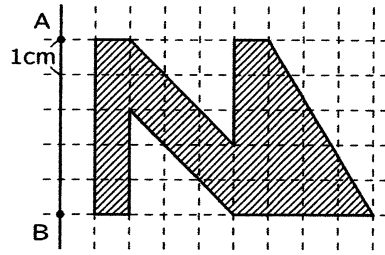


図 1 のように、正方形 CHIE を正方形 ABCD と同じ大きさの正方形で囲むと、合同な直角三角形(★)が 4 つあらわれます。四角形 AFEI と三角形 BCE の和が  $56\text{cm}^2$  で、図 1 のように移動させると斜線部分(★4つ分)の面積と等しくなります。最も大きな正方形の面積は  $65 + \star \times 4 = 65 + 56 = 121\text{cm}^2$  だとわかります。  $11 \times 11 = 121$  なので、図 2 の大きな正方形の 1 辺の長さは  $\bigcirc + \bullet = 11\text{cm}$  です。中央にできる小さな正方形は  $65 - 56 = 9\text{cm}^2$  で、  $3 \times 3 = 9$  なので、小さな正方形の 1 辺は  $\bullet - \bigcirc = 3\text{cm}$  です。和差算の考え方をすると、  $\bigcirc = (11 - 3) \div 2 = 4\text{cm}$ 、  $\bullet = 4 + 3 = 7\text{cm}$  になります。正方形 BEFG は対角線が  $\bigcirc\bigcirc = 8\text{cm}$  なので、面積は  $8 \times 8 \div 2 = 32\text{cm}^2$  になります。

11

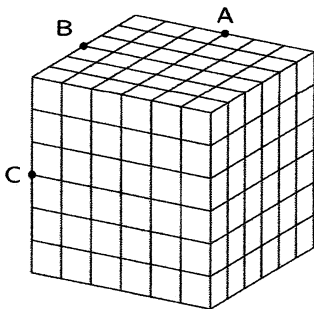
図のような、1 目盛りの幅が 1cm の方眼用紙があります。斜線部分の図形を、2 点 A, B を通る直線のまわりに 1 回転させたとき、その図形が通過する部分の体積は   $\text{cm}^3$  です。



図の斜線部分の回転体の体積を考えることと同じです。台形 ABCD をつくり、図のように延長すると、三角形 EAD と三角形 EBC は相似比が 2 : 3 で、この直角三角形の回転体はそれぞれ円すいになり、体積比が  $2^3 : 3^3 = 8 : 27$  です。台形 ABCD の回転体(円すい台)の体積は  $6 \times 6 \times \pi \times 10 \times \frac{1}{3} \times \frac{27-8}{8} = 285\pi (\text{cm}^3)$ 。  
 アの回転体(円柱)は  $1 \times 1 \times \pi \times 5 = 5\pi (\text{cm}^3)$ 、  
 イの回転体は  $(5 \times 5 - 2 \times 2) \times \pi \times 3 = 63\pi (\text{cm}^3)$  なので、求める体積は  $(285 - 5 - 63) \times \pi = 217\pi$   
 $= 681.38 \text{ cm}^3$  になります。

12

白の立方体、赤の立方体、青の立方体が全部で 216 個あります。それぞれの立方体の中は表面と同じ色です。それら 216 個を図のように積み上げて大きな立方体を作ります。3 点 A, B, C を通る平面でこの大きな立方体を切断したときの切り口について、赤い部分の面積は白い部分の面積の  倍です。



白	白	白	白	白	白
白	赤	赤	赤	赤	白
白	赤	青	青	赤	白
白	赤	青	青	赤	白
白	赤	赤	赤	赤	白
白	白	白	白	白	白

白	白	白	白	白	白
白	青	青	青	青	白
白	青	赤	赤	青	白
白	青	赤	赤	青	白
白	青	青	青	青	白
白	白	白	白	白	白

上から 1 段目, 3 段目, 5 段目    上から 2 段目, 4 段目, 6 段目

1 段目 →

3 段目 →

5 段目 →

白	白	白	白	白	白
白	赤	赤	赤	赤	白
白	赤	青	青	赤	白
白	赤	青	青	赤	白
白	赤	赤	赤	赤	白
白	白	白	白	白	白

2 段目 →

4 段目 →

6 段目 →

白	白	白	白	白	白
白	青	青	青	青	白
白	青	赤	赤	青	白
白	青	赤	赤	青	白
白	青	青	青	青	白
白	白	白	白	白	白

切り口は大きな立方体の中点を通り、正六角形の形になります。各段の切った様子は図の通りです。赤の立方体は 15 個、青は 15 個、白は 24 個で合計で 54 個なので、赤は白の  $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$  倍になります。