1

次の【操作】を考えます。

【操作】奇数に対しては３を足す。偶数に対しては２で割る。

たとえば，１から始めて【操作】を１回行うと，４が得られます。また，５から始めて【操作】を４回行うと，５→８→４→２→１となり，１が得られます。

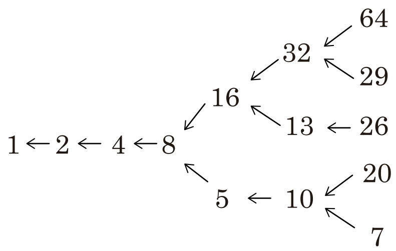
(1) 81 から始めて【操作】を３回行うと，□ が得られます。また，81 から始めて【操作】を 2023 回行うと，□ が得られます。

(2) 整数Ａから始めて【操作】を６回行うと，初めて１が得られました。Ａとして考えられる数をすべて求めなさい。

(3) $\underbrace{2\times2\times\cdots\times2}_{2023\text{個}}-1$ から始めて【操作】を何回行うと，初めて１が得られますか。

(1) 81→84→42→21。３回行うと 21 が得られます。81→84→42→21→24→12→6→3→6→3→…と，６が６回目，８回目，10 回目，…と，３が７回目，９回目，11 回目，…とくり返しあらわれ，2023 回行うと 3 になります。

(2) 次のようにさかのぼっていくと，６回行うと１になるＡは 7，20，26，29，64 の５通り考えられます。

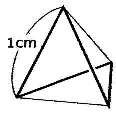


(3) ２を 2023 個かける計算を 2^{2023} とあらわします。操作を行っていくと次のようになり，３回ずつのくり返しになっています。（３回）は $2^{2022}+4$，（６回）は $2^{2020}+4$ で３回操作すると 2022 から２ずつ減っていきます。$2^{2022}+4$ を 2^2+4 にするには，2022－2＝2020 減らすので，（３回）から 3030 回操作をして（3033 回）です。その後，8→4→2→1 で 3036 回行うと１になります。

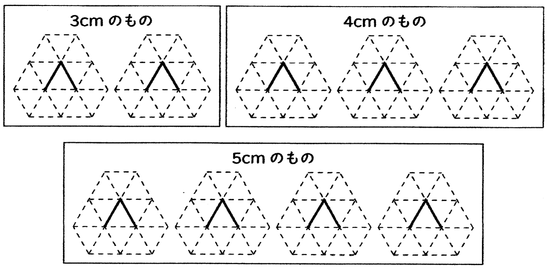
（はじめ）$2^{2023}-1$　$+3$
（１回）$2^{2023}+2$　$\div2$
（２回）$2^{2022}+1$　$+3$
（３回）$2^{2022}+4$　$\div2$
（４回）$2^{2021}+2$　$\div2$
（５回）$2^{2020}+1$　$+3$
（６回）$2^{2020}+4$
⋮
（3031 回）$10=2^3+2$
（3032 回）$5=2^2+1$
（3033 回）$8=2^2+4$
（3034 回）4
（3035 回）2
（3036 回）1

2

図のような，すべての面が１辺の長さが 1cm の正三角形である三角すいがあり，太線でかかれた辺にはインクがぬられています。この三角すいを紙の上に置き，紙にふれている面のいずれかの辺を軸（じく）としてすべらないように何回か転がします。ただし，インクは紙についても辺からなくならないものとします。



(1) ２回転がす場合，紙についたインクの線は，長さの合計が 3cm のものが全部で２通り，4cm のものが全部で３通り，5cm のものが全部で４通りあります。それらを下の図にかき入れなさい。ただし，転がす前に紙についているインクの線はあらかじめ太線で印刷されています。また，解答の順序は問いません。

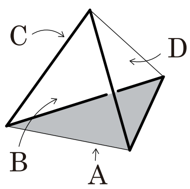


(2) ３回転がします。紙についたインクの線の長さの合計が最も大きくなるとき，それは □ cm です。また，そのような転がし方は全部で □ 通りあります。

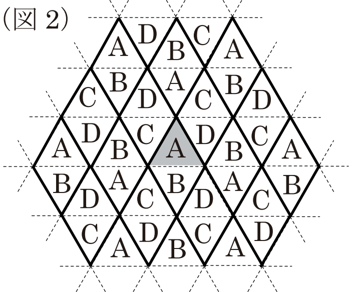
(3) ４回転がします。紙についたインクの線の長さの合計が最も大きくなるとき，それは何 cm ですか。また，そのような転がし方は全部で何通りありますか。

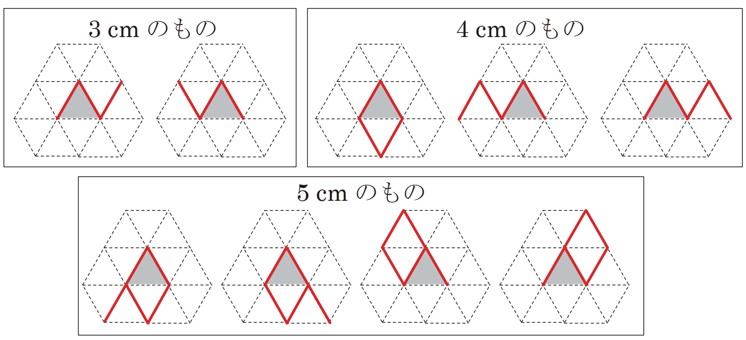
(1) 三角すいのはじめに底になっている面をＡ（色のついた部分），残りの面を図１のようにＢ，Ｃ，Ｄとします。この三角すいを紙の上で転がしていくとき，紙にふれる４面の記号を図２のように書き込みました。また，ＡとＢ, ＣとＤの正三角形の間の辺にはインクはついていないので，自由に転がしたときの模様は図２のようになります。２回転がす場合のインクの線が 3 cm，4 cm，5 cm の様子は下図のようになります。

（図 1）



（図 2）



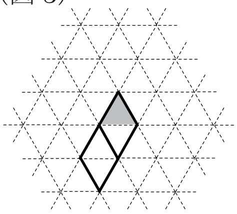


（次のページに続く）

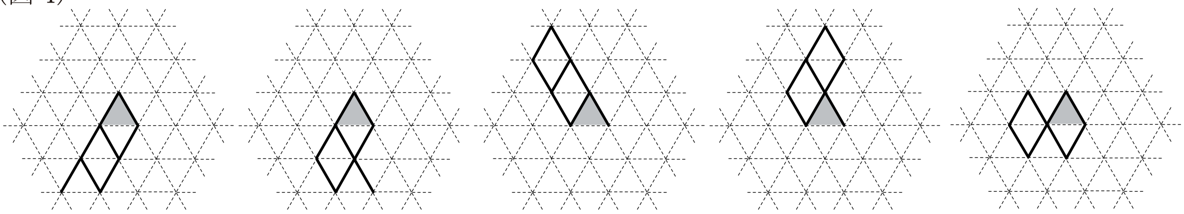
(2) 3回転がす場合，インクの線の長さが最も長くなるのは，図3のようには7 cmで左右反転したものもあるので，転がし方は2通りです。

(3) 4回転がす場合 (2)よりも1 cm長くなり，インクの長さの最長は8 cmになります。図4のように5種類の模様ができ，それぞれ左右反転したものもあるので，転がし方は全部で 5×2＝10通りあります。

（図3）



（図4）



3

生徒が25人いるクラスで10点満点の試験を行いました。試験は1番，2番，3番の3問からなり，配点は1番が2点，2番が3点，3番が5点です。部分点はありません。

試験の結果，2番を正解した生徒は全部で14人，3番を正解した生徒は全部で14人いました。また，3問中ちょうど2問正解した生徒は全部で16人おり，その16人の得点の平均は6.5点でした。3問中ちょうど1問正解した生徒の得点の平均は3.5点でした。クラス全体の得点の平均は5.68点でした。得点が0点の生徒はいませんでした。

(1) 1番を正解した生徒の人数を求めなさい。

(2) 3問中ちょうど1問正解した生徒の人数を求めなさい。

(3) この試験の得点の度数分布表としてあり得るものは下の3通りです。空欄をうめなさい。

得点（点）	人数（人）
10	
8	2
7	
5	
3	
2	
合計	25

得点（点）	人数（人）
10	
8	4
7	
5	
3	
2	
合計	25

得点（点）	人数（人）
10	
8	6
7	
5	
3	
2	
合計	25

(1) クラスの合計点は 5.68×25＝142 点です。2番と3番の合計点が 3×14＋5×14＝112 点なので，1番の合計点が 142－112＝30 点，1番の正解人数は 30÷2＝15人。

(2) 合計点に注目して，下の図1の□と△の人数をそれぞれ考えていきます。次のように整理できます。

10×□＋6.5×16＋3.5×△＝142 点

→ 10×□＋3.5×△＝38 点になります。

□＋△＝25－16＝9 人なので，つるかめ算の計算をすると (10×9－38)÷(10－3.5)＝52÷6.5＝8 人 … △

9－8＝1 人 … □ です。1問正解した生徒は8人です。

(3) 図1のAの人数は度数分布表では2，4，6人なので，この3パターンを考えていきます。

A＝2人のとき　B＋C＝16－2＝14 人

7×B＋5×C＝6.5×16－8×2＝88 点

つるかめ算の計算をすると B＝9 人，C＝5 人。

ア＝14－(1＋2＋9)＝2 人，イ＝14－(1＋2＋5)＝6 人，

ウ＝8－(2＋6)＝0 人，5点の人数は 5＋2＝7 人。

A＝4人のとき　B＋C＝16－4＝12 人

7×B＋5×C＝72 点 → B＝6 人，C＝6 人。

ア＝14－(1＋4＋6)＝3 人，イ＝14－(1＋4＋6)＝3 人，

ウ＝8－(3＋3)＝2 人，5点の人数は 6＋3＝9 人。

A＝6人のとき　B＋C＝16－6＝10 人

7×B＋5×C＝56 点 → B＝3 人，C＝7 人。

ア＝14－(1＋6＋3)＝4 人，イ＝14－(1＋6＋7)＝0 人，

ウ＝8－(4＋0)＝4 人，5点の人数は 7＋4＝11 人。

この3パターンのそれぞれ A，B，C，ア，イ，ウの結果をまとめると，答えは下のようになります。

（図1）

	2点 1番	3点 2番	5点 3番	（点）	（人）	
□人	○	○	○	10		(2)
16人 平6.5点		○	○	8	A	
	○		○	7	B	
	○	○		5	C	5点
△人 平3.5点			○	5	ア	
		○		3	イ	
	○			2	ウ	
				0	0	
	↓ (1)	↓ 14人	↓ 14人		↓ 25人 平5.68点	

（答え）

得点（点）	人数（人）
10	1
8	2
7	9
5	7
3	6
2	0
合計	25

得点（点）	人数（人）
10	1
8	4
7	6
5	9
3	3
2	2
合計	25

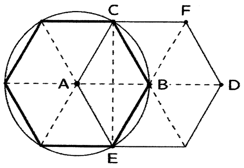
得点（点）	人数（人）
10	1
8	6
7	3
5	11
3	0
2	4
合計	25

4

右の図で，太線，細線の六角形はどちらも１辺の長さが6cmの正六角形です。

点Ｂは点Ａを中心とする半径6cmの円周上を１周します。点Ｂが動くとともに，点Ｂと点Ｃを結ぶまっすぐな線，点Ｂと点Ｄを結ぶまっすぐな線，点Ｂと点Ｅを結ぶまっすぐな線，点Ｂと点Ｆを結ぶまっすぐな線がそれぞれ長さと向きを変えないように，点Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆも動きます。たとえば，Ｂが半周したとき，ＤはＡの位置にあります。

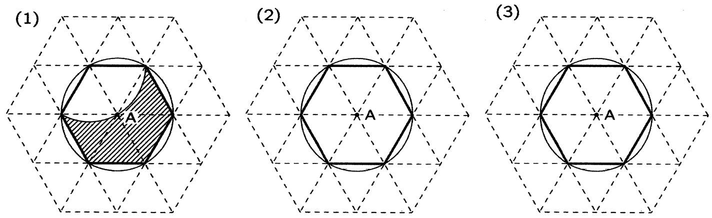
ここでは円周率は3.14とし，この図において三角形ABCの面積は15.6cm² であるとします。



(1) 点Ｂ，点Ｃを結ぶまっすぐな線が通過する部分のうち，太線の正六角形の内側にある部分を斜線で図にかき入れました。この部分の面積を求めなさい。

(2) 点Ｃ，点Ｅを結ぶまっすぐな線が通過する部分のうち，太線の正六角形の内側にある部分を (1) の図にならって図にかき入れ，面積を求めなさい。

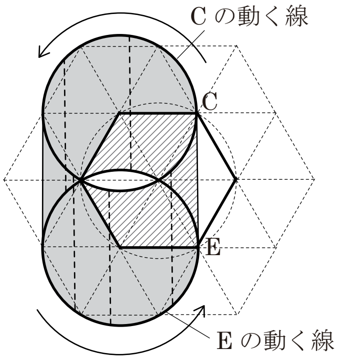
(3) 点Ｄ，点Ｆを結ぶまっすぐな線が通過する部分のうち，太線の正六角形の内側にある部分を (1) の図にならって図にかき入れ，面積を求めなさい。



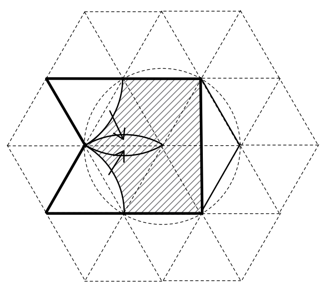
(1) 太線の正六角形（正三角形６個）から60度のおうぎ形（6πcm²）を２つ取りのぞくので，15.6×6－6π×2＝93.6－37.68＝55.92 cm² になります。

(2) 直線CEが半径6cmの円周上にそって平行移動します。通過部分は図１のようになり，中央部分は通過しません。正六角形の内側部分は図１の斜線部分で，これは変形すると，図２のように正三角形７個分から60度のおうぎ形を２個取りのぞいた図形になります。面積は15.6×7－6π×2＝109.2－37.68＝71.52 cm² です。

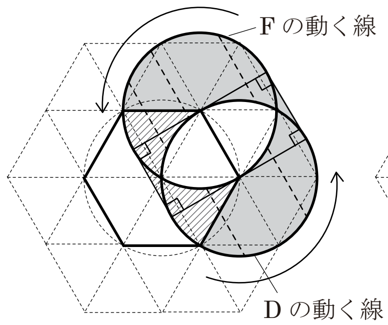
(3) 同じように考えます。6cmの直線DFが平行移動したときの通過部分は図３のようになります。正六角形の内側は斜線部分で，正方形と正三角形の合計から60度のおうぎ形を取りのぞくとよい（図４）。6×6＋15.6－6π＝36＋15.6－18.84＝32.76 cm² です。



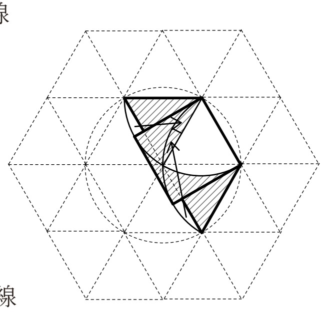
（図１）



（図２）



（図３）

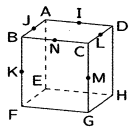


（図４）

5

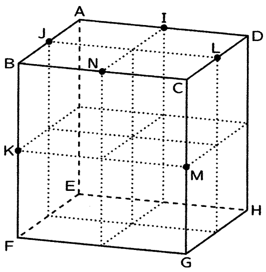
図のように，１辺の長さが6cmの立方体ABCD-EFGHがあります。辺DA，AB，BF，CD，CG，BCの真ん中の点をそれぞれI，J，K，L，M，Nとします。３点I，J，Kを通る平面を㋐，３点I，L，Mを通る平面を㋑，３点J，M，Nを通る平面を㋒とします。

角すいの体積は，（底面積）×（高さ）×$\frac{1}{3}$ で求められます。

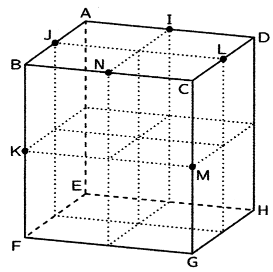


(1) 平面㋐で立方体を２つの立体に切り分けたとき，点Ｈを含む立体の体積は ☐ cm³ です。

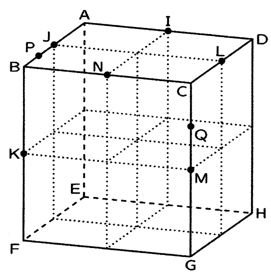
(2) ３つの平面㋐，㋑，㋒で立方体をいくつかの立体に切り分けたとき，点Ｇを含む立体の体積を求めなさい。



(3) ２つの平面㋐，㋑で立方体をいくつかの立体に切り分けたとき，点Ｄを含む立体の体積を求めなさい。



(4) ２つの平面㋐，㋑で立方体をいくつかの立体に切り分けたとき，点Ｃを含む立体をＶとします。また点Ｂと点Ｊの真ん中の点をＰ，点Ｃと点Ｍの真ん中の点をＱとします。３点Ｎ，Ｐ，Ｑを通る平面で立体Ｖを２つの立体に切り分けたとき，点Ｉを含む立体の体積を求めなさい。



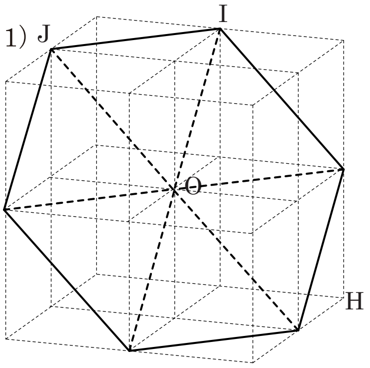
（次のページに続く）

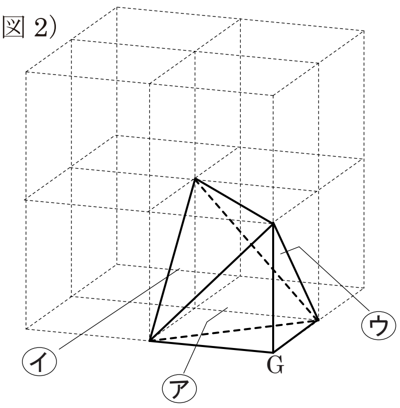
(1) 3 点 I，J，K を通る平面で立方体を切断すると切り口は正六角形になり（図 1），立方体の中心 O を通るので立方体の体積を 2 等分します。また，小さい 6 個の立方体は切り口が正三角形になるように切れています。点 H を含む立体の体積は $6\times6\times6\times\frac{1}{2}=$ <u>108 cm³</u> です。

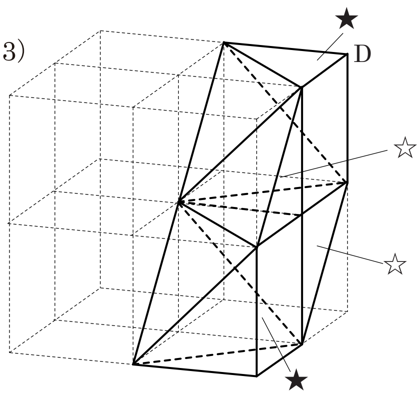
(2) 1 辺が 3 cm の立方体に注目して考えます。図 2 のように，㋐，㋑，㋒の面で切ると切り口は正三角形になり，立方体から $\frac{1}{6}$ の三角すいを 3 個取りのぞいた立体が残ります。小さな立方体の $1-\frac{1}{6}\times3=\frac{1}{2}$ なので，点 G を含む立体の体積は $3\times3\times3\times\frac{1}{2}=$ <u>13.5 cm³</u> です。

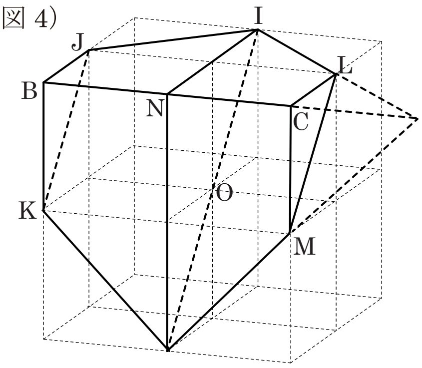
(3) 図 3 のようになり，これも 1 辺が 3 cm の立方体に注目して考えていきます。$\frac{1}{6}$ の三角すいを 2 個取りのぞいた立体が 2 個（★）と，$\frac{1}{6}$ の三角すいが 2 個（☆）あるので，$\left(1-\frac{1}{6}\times2\right)\times2+\frac{1}{6}\times2=\frac{5}{3}$。点 D を含む立体の体積は $3\times3\times3\times\frac{5}{3}=$ <u>45 cm³</u> です。

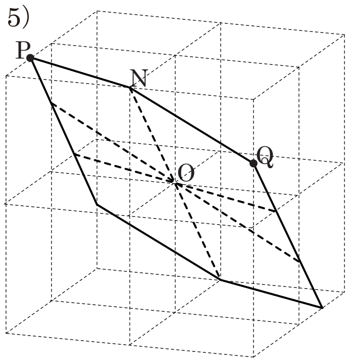
(4) V は図 4 のようになり，三角すい台を 2 個組み合わせた立体なので，$3\times3\times3\times\frac{1}{6}\times(2^3-1^3)\times2=63$ cm³ です。また，全体を 3 点 N，P，Q を通る平面で切ったとき，切り口は 3 cm の辺の中点を通る六角形になり（図 5），立方体の中心 O も通ります。V を切り分けるとき，図 6 のように切断の様子を 2 つの三角すい台に分けて考えました。◆と◆，◎と◎どうしの立体は合同なので，点 I を含む立体は V の体積を 2 等分していることになります。体積は $63\times\frac{1}{2}=$ <u>31.5 cm³</u> です。

(図 1)


(図 2)


(図 3)


(図 4)


(図 5)


(図 6)