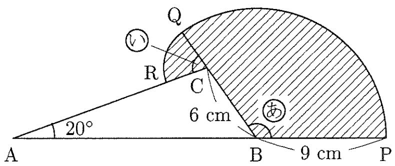
1

以下の文章の ア ～ カ に当てはまる数を答えなさい。

(1) 3 つの整数 ア , イ , ウ があります。 ア と イ の最大公約数は 21, イ と ウ の最大公約数は 35, ア と ウ の最大公約数は 98 です。また, ア と イ と ウ の合計は 1000 以下です。

(2) 右の図は，三角形 ABC と半径が 9cm の円の一部と半径が 3cm の円の一部を組み合わせた図形です。P から Q までの曲線の長さは Q から R までの曲線の長さの 5 倍です。このとき，図の あ の角の大きさは エ °, い の角の大きさは オ °, 斜線部分の面積は カ cm² です。



(1)

アとイは 21 の倍数　イとウは 35 の倍数
アとウは 98 の倍数

↓

アは 21 と 98 の公倍数 ＝ 294 の倍数
イは 21 と 35 の公倍数 ＝ 105 の倍数
ウは 35 と 98 の公倍数 ＝ 490 の倍数

合計が 1000 以下になるのは, ア＝294 , イ＝105 , ウ＝490 のときのみです。

(2)

$18\times3.14\times\frac{あ}{360}=\boldsymbol{5}$ …曲線PQ

$6\times3.14\times\frac{い}{360}=\boldsymbol{1}$ …曲線QR

$\rightarrow \frac{\boldsymbol{5}}{18}:\frac{\boldsymbol{1}}{6}=\overset{あ}{5}:\overset{い}{3}$

和が 360－160＝200 度（三角形ABC の外角）なので，あ＝$200\times\frac{5}{8}$＝125 度, い＝200－125＝75 度。

斜線部分の面積（2 つのおうぎ形の和）は

$9\times9\times3.14\times\frac{125}{360}+3\times3\times3.14\times\frac{75}{360}$

$=\left(\frac{225}{8}+\frac{15}{8}\right)\times3.14=30\times3.14=$ 94.2 cm² です。

2

図 1 のような立体を「三角すい」といい，その体積は,

（底面の三角形の面積）×（高さ）÷ 3

で求めることができます。

図 2 のような底面が正方形の直方体があります。辺 AE を 3 等分する点を A に近い方から順に P，Q とします。図 3 は，この立体を真上から見た図と，真横から見た図です。

この立体から，まず三角すい PEFH を切り落とし，さらに三角すい QABD のうち残っている部分を切り落としました。

(1) でき上がった立体を，真上から見た図と真横から見た図はどのようになりますか。図 3 にならって，解答欄の図にかきこみなさい。

(2) 図の 1 目盛りは 1cm であるとします。でき上がった立体の体積を求めなさい。

図 1

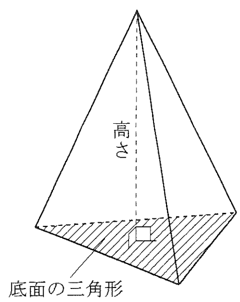


図 2

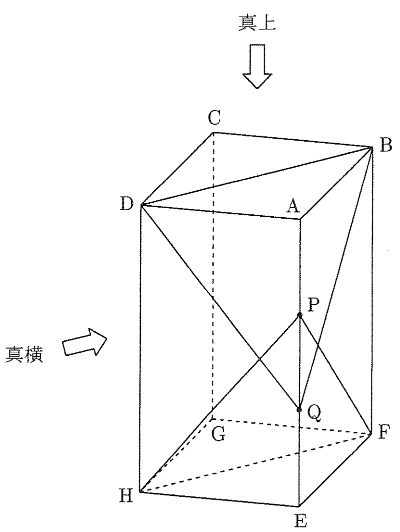
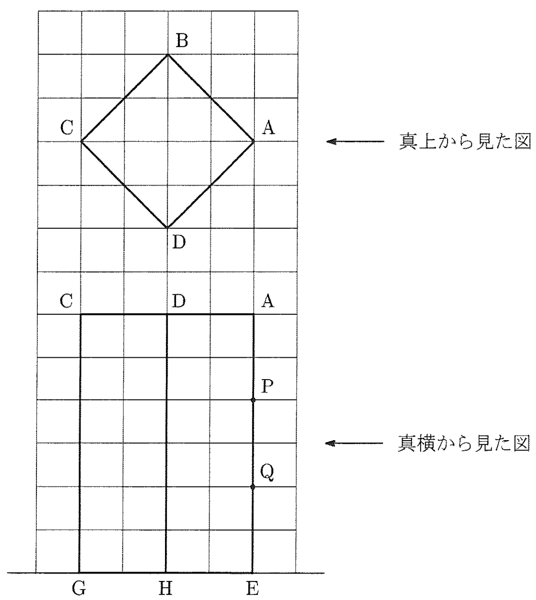
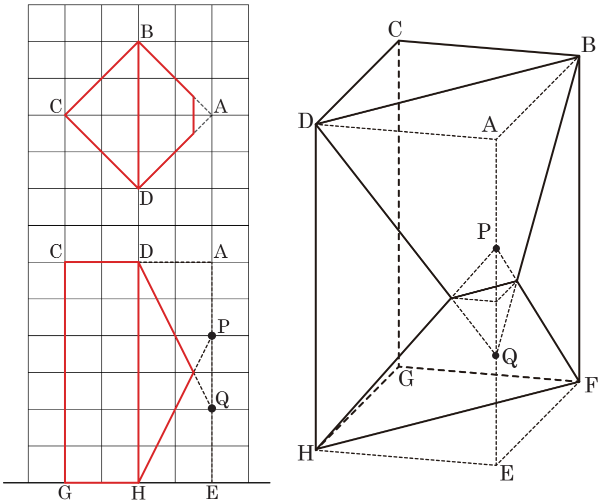


図 3



（次のページに続く）

(1)



(2) 方眼の 1 目盛りは 1 cm です。2 つの三角すいを切り取って，残った立体の体積を考えます。

$4\times2\times\frac{1}{2}\times4\times\frac{1}{3}=\frac{16}{3}$ cm³ … 三角すい QABD
（PEFH）

$1\times0.5\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{3}\times2=\frac{1}{6}$ cm³ … 共通部分
（三角すい 2 つ分）

$\frac{16}{3}\times2-\frac{1}{6}=10.5$ cm³ … 切り取る部分の体積

直方体の体積（全体）は $4\times4\times\frac{1}{2}\times6=48$ cm³ なので，残った立体は 48－10.5＝37.5 cm³ になります。

3　ある架空（かくう）の世界では

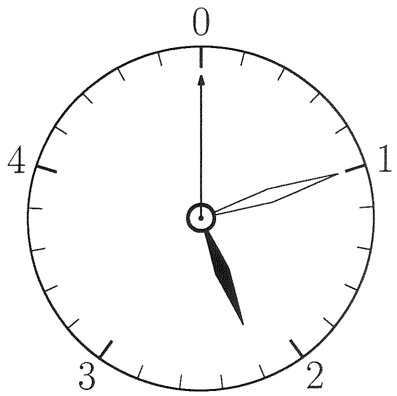
1 日が 10 時間（午前 5 時間，午後 5 時間），　1 時間が 25 分，　1 分が 25 秒

に区切られていて，右の図のような時計を用いて時間を計っています。現在の時刻は午後 2 時 5 分 0 秒で，時計の短針（黒），長針（白），秒針は正しい時刻を指しています。この時計はこれからも正確に動くものとして，次の問いに答えなさい。

(1) これから時間が進んで最初に短針と長針が重なる時刻を求め，そのときの時計の 3 本の針を解答欄の時計の図にかきこみなさい。

(2) さらに時間が進んで最初に短針と長針がちょうど反対向きになる時刻を求め，そのときの時計の 3 本の針を解答欄の時計の図にかきこみなさい。

(3) 現在（午後 2 時 5 分 0 秒）から，3 本の針がすべて同じ向きになって重なる回数を数えます。ちょうど 100 回目となるのは何日後で，午前，午後のどちらですか。また，そのときの時刻を求めなさい。ただし，現在から 2 時間 20 分後の午前 0 時から 1 日後が始まるものとします。



(1) この時計は 25 目盛りあるので，1 周を 25 として考えます。長針は 1 分で 25÷25＝1 すすみ，短針は 1 時間（25 分）で 5 すすむので，1 分では 5÷25＝0.2 すすみます。2 時 5 分 0 秒の時点で，短針は長針よりも 6 前にすすんでいるので，追いつくのは 6÷(1－0.2)＝7.5 分後です。

この時刻は 2 時 12.5 分 → 2 時 12 分 12.5 秒です。

また，1 時間は 25 分で，12.5 分はその半分なので，長針と秒針の位置は右の図のようになります。秒針も長針と重なります。

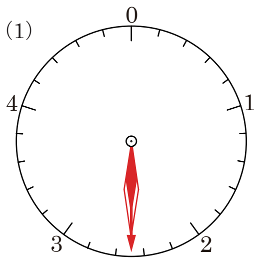
(2) (1) の後，長針が短針よりも 12.5（半周）多くすすめばよい。12.5÷(1－0.2)＝$15\frac{5}{8}$ 分後なので，

2 時 12.5 分＋$15\frac{5}{8}$ 分＝2 時 $28\frac{1}{8}$ 分＝3 時 $3\frac{1}{8}$ 分

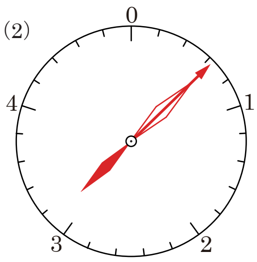
→ 3 時 3 分 $3\frac{1}{8}$ 秒になります。

また，0 から長針は $3\frac{1}{8}$，秒針は $3\frac{1}{8}$ すすんだ位置なので，長針と秒針はぴったり重なります。

(1)



(2)



(3) 長針と短針は 25÷(1－0.2)＝$\frac{125}{4}$ 分ごと，秒針は 1 分で 25（1 周）すすむので，長針と秒針は 25÷(25－1)＝$\frac{25}{24}$ 分ごとに重なります。

$\frac{25}{24}\times30=\frac{125}{4}$ なので，3 本の針は $\frac{125}{4}$ 分ごとに重なることになります。

1 回目は (1) の時刻で，100 回目は，その時刻の

$\frac{125}{4}\times(100-1)=3093\frac{3}{4}$ 分後＝123 時間 $18\frac{3}{4}$ 分後

＝12 日 3 時間 18 分 $18\frac{3}{4}$ 秒後です。

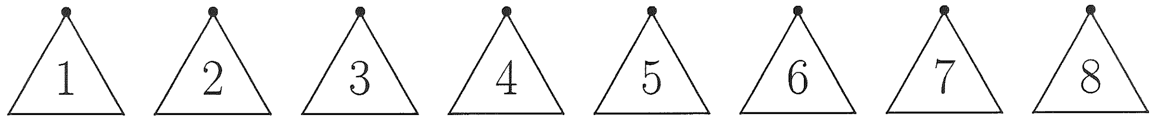
午後 2 時 12.5 分の 2 時間 12.5 分後に 1 日が終わるので，100 回目の時刻は 13 日後の午前で，

3 時間 18 分 $18\frac{3}{4}$ 秒－2 時間 12 分 12.5 秒

＝1 時 6 分 $6\frac{1}{4}$ 秒です。

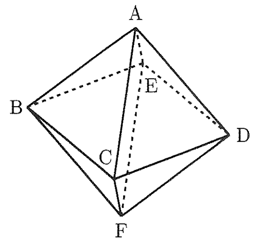
4 図 1 のように 1 から 8 までの数字が書かれている 8 枚の正三角形を用いて，図 2 のような立体を作ります。ただし，図 1 の正三角形の黒丸の頂点は立体の点 A または点 F のどちらかに重ね，すべての数字が表から見えるようにします。

図 1



また，立体の 6 個の頂点 A，B，C，D，E，F について，それぞれの頂点に集まっている 4 枚の正三角形に書かれている数の合計はすべて同じになっています。

図 2



(1) 1 つの頂点に集まっている 4 枚の正三角形に書かれている数の合計を求めなさい。

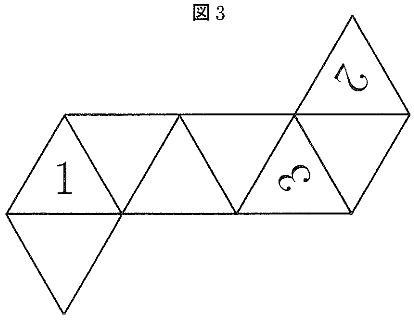
(2) 辺 BC を 1 辺とする 2 枚の正三角形に書かれている数の合計と，辺 DE を 1 辺とする 2 枚の正三角形に書かれている数の合計は等しくなります。その理由が書かれた次の文章の空欄をうめなさい。

『どちらも ［　　　　　　　　］ すると，同じ値（あたい）になるから。』

(3) 三角形 ABC に書かれている数が 1 であるとします。8 が書かれている三角形として可能性があるものをすべて選び，解答欄の三角形を ○ で囲みなさい。

(4) この立体の展開図で，1，2，3 の書かれている三角形の配置が 図 3 のようになるとき，他の数字を向きも正確に解答欄の展開図にかきこみなさい。

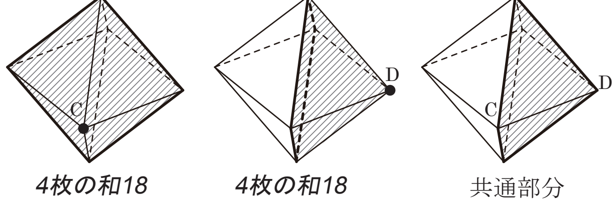
図 3



(1) 点 A に集まる 4 枚と，点 F に集まる 4 枚の数の和が 1＋2＋3＋ … ＋8＝36 なので，1 つの頂点に集まる 4 枚の和は 36÷2＝18 になります。

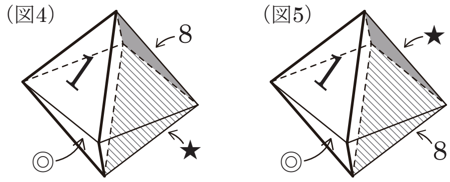
(2) 点 C に集まる 4 枚（図 1）と，点 D に集まる 4 枚（図 2）の数の和はともに 18 です。共通部分は（図 3）の 2 枚なので，『どちらも 18 から辺 CD（BE でも可）を一辺とする 2 枚の正三角形の数の和を引き算すると，同じ値になるから。』です。

（図1）（図2）（図3）



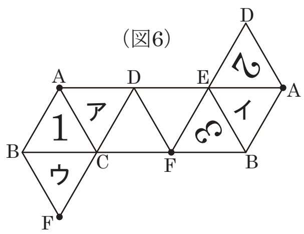
(3) （図 4）や（図 5）の位置に 8 があるとき，(2) の性質より，◎と★の差は 7 になります。しかし，差が 7 になる 2 つの数は，1 と 8 以外はないので不適です。1 と 8 は必ず辺をはさんでとなり合う関係にあるので，答えは三角形 ACD 三角形 AEB 三角形 FBC の 3 つです。

（図4）（図5）

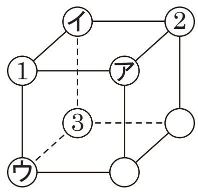


(4) 三角形ABC を 1 とします（図 6）。（図 7）のように，正八面体を立方体に変えて考えてもよいでしょう。1 つの面に集まる 4 つの◯の和は 18 です。

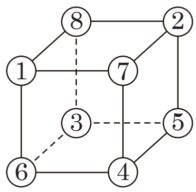
（図6）



（図7）



完成



（図 7）で，ア＋イ＝15，イ＋ウ＝14 なので，ア＝7，イ＝8，ウ＝6 が確定します。残りの◯もすべて埋まります。

（答え）