

1 次の各問いに答えなさい。

(1) 次の \square には同じ数が入ります。その数を求めなさい。 $\frac{35}{3} \times (\square \times 1.4 + \square \div \frac{1}{2} + 20) \div \frac{7}{60} = 2017$

(2) 1 から 2017 までの整数のうち、3 でも 4 でも割り切れないものを考えます。そのうち、2 の倍数と 5 の倍数はそれぞれ何個ありますか。

(1) $\square \times 1.4 + \square \div \frac{1}{2} + 20 = 2017 \times \frac{7}{60} \times \frac{3}{35} = 20.17$
 $\rightarrow \square \times 1.4 + \square \times 2 = 0.17 \rightarrow \square = 0.17 \div 3.4 = 0.05$

(2) 2, 3, 4 の最小公倍数は 12 です。3 でも 4 でも割り切れないもので、2 の倍数は 1~12 の中には 2 と 10 の 2 個あります。2, 10, 14, 22, 26, ... のように、これに 12 を加えていく数を考えます。

$2017 \div 12 = 168$ あまり 1 $\rightarrow 2 \times 168 = 336$ 個

3, 4, 5 の最小公倍数は 60 なので、1~60 について考えます。5 の倍数で、3 でも 4 でも割り切れないものは 5, 10, 25, 35, 50, 55 の 6 個あります。

$2017 \div 60 = 33$ あまり 37

\rightarrow 5 の倍数は $6 \times 33 + 4 = 202$ 個あります。

2 右の図 1 は、正方形で分割された長方形です。ただし、正方形の中の数はその正方形の 1 辺の長さ (単位は cm) を表しています。この分割された長方形から、以下のような手順にしたがって、点を矢印つきの線 (以下では、この線を「矢印」ということにします) で結んだ図形 (図 4) を作ります。最後にできたこの図形 (図 4) を「長方形の分割を表す経路」ということにします。

【「長方形の分割を表す経路」を作る手順】

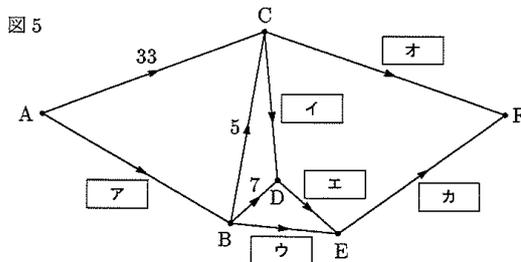
- (i) 図 1 のそれぞれの縦線の真ん中に点を取り、図 2 のように左にある点から順に A, B, C, ... と名前をつけます。
- (ii) 各正方形について、左の辺を含む縦線の真ん中の点から右の辺を含む縦線の真ん中の点へ向かう矢印をかき、その近くにその正方形の中の数を移します。(図 3)
- (iii) もとの長方形、正方形の辺の線をすべて消します。(図 4)

矢印の近くに記入した数を「矢印に対応する数」ということにします。いずれの問いても、解答らんに答えのみを記入しなさい。

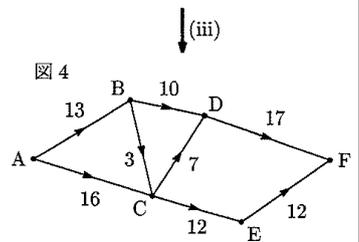
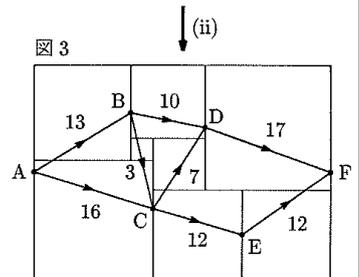
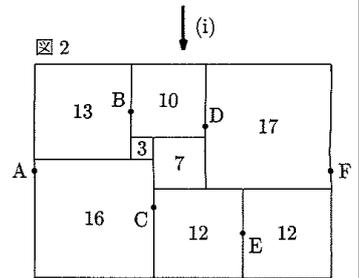
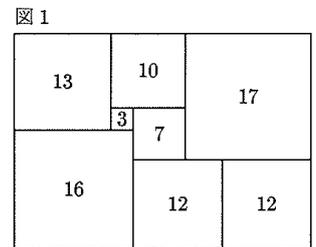
- (1) 矢印に対応する数の間にはいくつかの法則があります。その 1 つは、1 つの点に注目したとき、その点に入ってくる矢印に対応する数の和と、その点から出ていく矢印に対応する数の和は必ず等しくなることです。例えば図 4 で、点 C に入ってくる矢印 B→C、A→C に対応する数の和 3+16 と、点 C から出ていく矢印 C→D、C→E に対応する数の和 7+12 はともに 19 になります。この理由を表した文を、次の (い)、(ろ) の中から 1 つ選び、その記号を答えなさい。

- (い) 1 つの縦線と辺が重なっているすべての正方形について、その縦線の左側にある正方形の中の数の合計と右側にある正方形の中の数の合計が等しいから。
- (ろ) 1 つの横線と辺が重なっているすべての正方形について、その横線の上側にある正方形の中の数の合計と下側にある正方形の中の数の合計が等しいから。

図 1 とは別の、正方形で分割された長方形を考えます。同じ手順にしたがってその長方形の分割を表す経路を作ると、図 5 のようになりました。この図について、以下の問いに答えなさい。



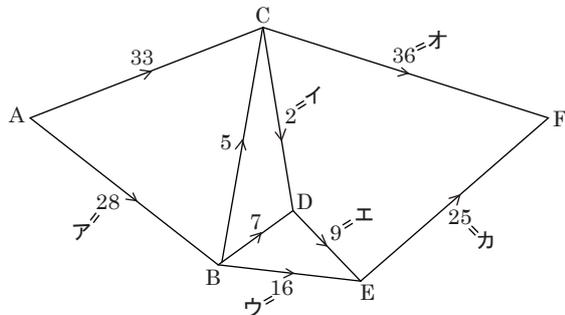
- (2) 空らん ア ~ カ はそれぞれ矢印に対応する数を表しています。これらの空らんに当てはまる数を答えなさい。
- (3) 図 5 におけるもとの長方形の縦、横の長さを答えなさい。
- (4) 解答らんの長方形は (3) で縦、横の長さを求めたもとの長方形を表しています。この長方形に図 5 で表された正方形による分割をかきこみ、それぞれの正方形の中にその 1 辺の長さを表す数を書きなさい。分割の様子がわかれば、辺の長さは多少不正確でも定規を使っていなくても構いません。



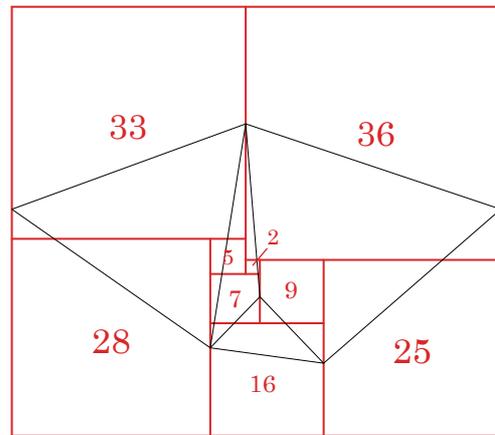
(次のページに続く)

(1) (い)の文「1つの縦線と辺が重なっている全ての正方形について、その縦線の左側にある正方形の中の数の合計と右側にある正方形の中の数の合計が等しいから」が正しい。

(2) ア=33-5=28, イ=7-5=2,
ウ=28-5-7=16, エ=2+7=9,
オ=33+5-2=36, カ=9+16=25 になります。

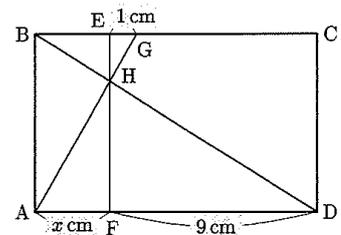


(3) 長方形の縦の長さは $33+28=61$ cm,
横の長さは $33+36=69$ cm になります。
(4) 分割の様子と各正方形の1辺の長さは次の通りになります。

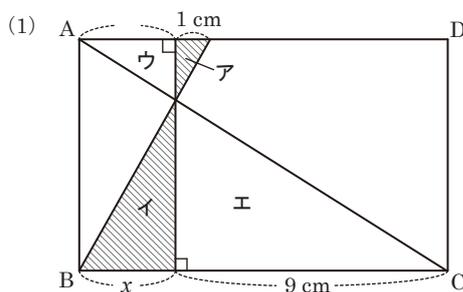
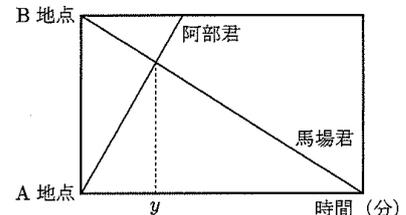


3 次の各問いに答えなさい。

(1) 右の図において、四角形 ABCD と四角形 ABEF はどちらも長方形で、3つの直線 AG, BD, EF が1点 H で交わっています。GE の長さが 1 cm, DF の長さが 9 cm, AF の長さが x cm のとき、 x の値を求めなさい。



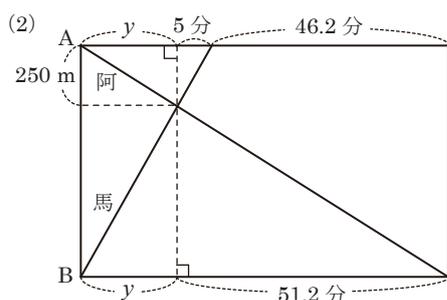
(2) A 地点と B 地点の間に一本道があります。阿部君はこの道を A 地点から B 地点へ向かって分速 50 m で進みます。馬場君もこの道を B 地点から A 地点へ向かって一定の速さで進みます。二人は同時に出発し、B 地点から 250 m 離れた地点ですれ違いました。また、阿部君が B 地点に着いてから 46 分 12 秒後に、馬場君は A 地点に着きました。右の図は、二人が出発してからの時間と A 地点からの道のりの関係を表しています。二人が出発してからすれ違うまでにかかった時間を y 分とするとき、 y の値を求めなさい。



(1) 三角形アとイ, 三角形ウとエはそれぞれ相似な関係で、相似比が等しいことに注目しましょう。

$$1 : x = x : 9 \rightarrow x \times x = 1 \times 9 = 9$$

$$\rightarrow 9 = 3 \times 3 \text{ なので、} x = 3 \text{ になります。}$$



(2) 阿部君は馬場君とすれ違ってから $250 \div 50 = 5$ 分後に B 地点に着き、馬場君はすれ違ってから $5 + 46.2 = 51.2$ 分後に A 地点に着きます。ダイアグラムでは(1)と同じ計算方法を用いて y の値を求めます。

$$5 : y = y : 51.2 \rightarrow y \times y = 5 \times 51.2 = 256$$

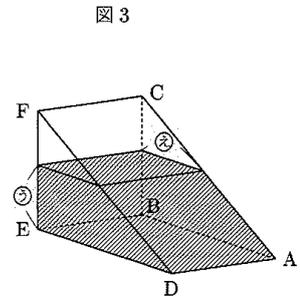
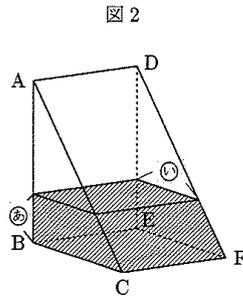
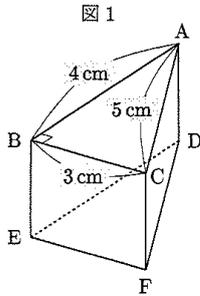
$$\rightarrow 256 = 16 \times 16 \text{ なので、} y = 16 \text{ です。}$$

4 図1のように、底面が $AB = 4\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$, $CA = 5\text{ cm}$, 角 ABC の大きさが 90° の三角形であり、側面がすべて長方形の透明な三角柱のガラスのできた容器があります。この容器には水を入れることができ、どのような向きに置いても水はもれないものとします。また、容器のガラスの厚さは考えません。

まず、この容器に少し水を入れたところ、面 DEF を下にして水平な床に置いたとき、図2のように面 $BCFE$ を下にして水平な床に置いたときとで、容器の下の面から水面までの高さが等しくなりました。

次に、この容器に、これまでに入っていた量の $\frac{5}{4}$ 倍の水をさらに追加したところ、面 DEF を下にして水平な床に置いたときと、図3のように面 $ABED$ を下にして水平な床に置いたときとで、容器の下の面から水面までの高さが等しくなりました。

ただし、下の図において斜線の部分は入っている水を表しています。次の問いに答えなさい。



- 図3の③の長さは、図2の④の長さの何倍ですか。
- 図3の②の長さは、図2の①の長さより何 cm 長いですか、または 短いですか。解答らんの「長い」、「短い」のいずれかに○印を付け、その差を答えなさい。
- 図2の⑤の長さは何 cm ですか。
- BE の長さは何 cm ですか。
- 図3の状態のあと、この容器に水をさらに追加したところ、面 DEF を下にして水平な床に置いたときと、面 $ACFD$ を下にして水平な床に置いたときとで、容器の下の面から水面までの高さが等しくなりました。このとき、等しい水面の高さは何 cm ですか。

- 水量の比が $4 : 9$ なので、 $あ : う = 4 : 9$ です。→ $\frac{9}{4}$ 倍
- 図2, 図3の台形について、高さの比が $4 : 9$, 面積比(水量の比)が $4 : 9$ なので、「上底+下底」が等しくなります。
 $い + 3\text{ cm} = え + 4\text{ cm} \rightarrow え$ は $い$ よりも 1 cm 短いです。
- ☆の直角三角形より、 $い = (4\text{ cm} - ④) \times \frac{3}{4} = 3\text{ cm} - ③$
 ★の直角三角形より、 $え = (3\text{ cm} - ①) \times \frac{4}{3} = 4\text{ cm} - ②$
 $い$ と $え$ の差が 1 cm なので、 $3\text{ cm} - ③ = 4\text{ cm} - ② + 1\text{ cm}$
 $\rightarrow ② = 2\text{ cm} \rightarrow ④ = 2 \times \frac{4}{9} = \frac{8}{9}\text{ cm} \dots あ$
- $い = 3 - 2 \times \frac{3}{9} = \frac{7}{3}\text{ cm}$ です。図2のときの水量は $4 \times 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{8}{9} = \frac{16}{3}\text{ cm}^3$ なので、台形 $\times BE$ に注目して、
 $(\frac{7}{3} + 3) \times \frac{8}{9} \times \frac{1}{2} \times BE = \frac{16}{3} \rightarrow BE = \frac{9}{4}\text{ cm}$ です。
- 三角形 ABC について、 B から AC に下ろした垂線の長さは 2.4 cm です。右図の太線部分の面に注目します。
 $(\text{長方形}) \times 2.4 \times \frac{1}{2} = (\text{台形}) \times \frac{9}{4}$ がいえるので、面積比は逆になり、 $\frac{9}{4} : 2.4 \times \frac{1}{2} = 15 : 8$ です。

長方形 $5 \times \square = 15$ 台形 $(お + 5) \times \square \times \frac{1}{2} = 8$

$\rightarrow (お + 5) \times \square = 16$ なので、 $5 : (お + 5) = 15 : 16 \rightarrow お = \frac{1}{3}\text{ cm}$ になります。

三角形 ABC の面の相似に注目すると、 $\frac{1}{3} : 5 = 1 : 15$ なので、水の深さは $\square = 2.4 \times \frac{14}{15} = \frac{56}{25}\text{ cm}$ です。

