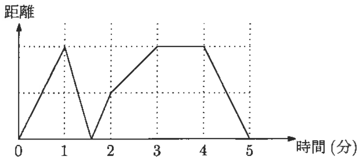
1 まっすぐ進む２つのロボット A と B があります。２つのロボットは，下のような指示が書かれた５枚のカードをそれぞれもっていて，カードがセットされた順にスタート地点から１分間ずつその指示に従って進みます。

カード①：　毎分 30cm で進みなさい。（このカードは２枚あります）
カード②：　１分間停止しなさい。
カード③：　毎分 45cm で進みなさい。
カード④：　毎分 60cm で進みなさい。

例えば，カードが①，①，②，③，④の順にセットされた場合，スタートから２分間で 60cm 進み，そこで１分間停止し，その後１分間で 45cm 進み，その後１分間で 60cm 進みます。このようなロボットの進み方をカードの番号を用いて ＜11234＞ と表すことにします。

いま，２つのロボット A と B を同じ方向に進めたとき，A と B の間の距離(きょり)をグラフにしたところ下の図のようになりました。このとき，ロボット A の進み方として考えられるものをすべて答えなさい。ただし解答らんはすべて使うとは限りません。



グラフの距離の数値は不明ですが，5 分間の速さの差の変化は比(□数字)を使って表すと次のようになります。

$\boxed{2} \longrightarrow \boxed{3} \longrightarrow \boxed{1} \longrightarrow \boxed{0} \longrightarrow \boxed{2}$

また，「止」「30 cm/分」「45 cm/分」「60 cm/分」の 4 種類の速さから考えられる差の組み合わせは 6 通りで，対応する速さの差(□数字)は次のように決定します。

				(速さの差)	
止	と	30 cm/分	→	30 cm/分	$\boxed{2}$
止	と	45 cm/分	→	45 cm/分	$\boxed{3}$
止	と	60 cm/分	→	60 cm/分	
30 cm/分	と	45 cm/分	→	15 cm/分	$\boxed{1}$
30 cm/分	と	60 cm/分	→	30 cm/分	$\boxed{2}$
45 cm/分	と	60 cm/分	→	15 cm/分	$\boxed{1}$

A と B の速さの変化の組み合わせは次のように決まり，A と B が逆の場合と $\boxed{2}$ の組み合わせが逆のものも含めると全部で 4 通りあります。答えは 〈12314〉, 〈23411〉, 〈42311〉, 〈13412〉 です。

	0〜1 A−B $\boxed{2}$	1〜2 B−A $\boxed{3}$	2〜3 B−A $\boxed{1}$	3〜4 同じ $\boxed{0}$	4〜5 A−B $\boxed{2}$
A(B)	30 cm/分	止	45 cm/分	30 cm/分	60 cm/分
B(A)	止	45 cm/分	60 cm/分	30 cm/分	30 cm/分

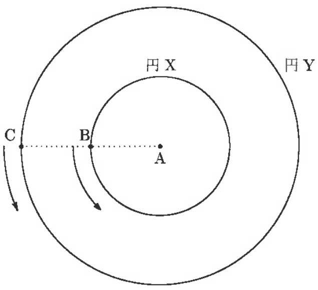
	0〜1	1〜2	2〜3	3〜4	4〜5
A(B)	60 cm/分	止	45 cm/分	30 cm/分	30 cm/分
B(A)	30 cm/分	45 cm/分	60 cm/分	30 cm/分	止

2 平面上に，点 A を中心とする半径 10m の円 X と半径 20m の円 Y があり，円 X の周上を動く点 B と円 Y の周上を動く点 C があります。点 B は円 X の周上を一定の速さで反時計回りに進み，1 時間で一周します。そして，点 C は円 Y の周上を一定の速さで反時計回りに進み，3 時間で一周します。

また，点 P があり，点 P は，次の［移動 1］，［移動 2］，［移動 3］ができます。

［移動 1］：点 A を通る直線上を 1 時間に 50m の速さで 12 分間進む。
［移動 2］：円 X の周上を点 B と一緒(いっしょ)に進む。
［移動 3］：円 Y の周上を点 C と一緒に進む。

現在，3 点 A ,B ,C は図のように 1 列に並んでいて，点 P は点 A と重なっています。

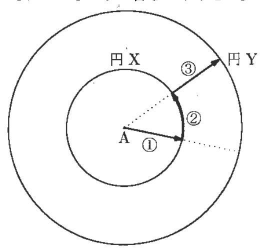


このあと，点 P が点 A から移動して，以下のようにして点 A に戻(もど)ってくることを考えます。

点 P の動き
① ［移動 1］で点 A から点 B に移る。
② ［移動 2］で点 B と一緒に 8 分間進む。
③ ［移動 1］で点 B から点 C に移る。
④ ［移動 3］で点 C と一緒に何分間か進む。
⑤ ［移動 1］で点 C から点 B に移る。
⑥ ［移動 2］で点 B と一緒に 8 分間進む。
⑦ ［移動 1］で点 B から点 A に移る。

点 P が上の動きを最後までできるように，①の移動の開始時と，④の移動の時間を調節します。

(1) ①の移動を開始してから③の移動で点 C に到着(とうちゃく)するまでの点 P の動きは下の図のようになります。解答らんの図に，①の移動開始時の点 B と点 C のおよその位置をそれぞれわかるように書きこみなさい。

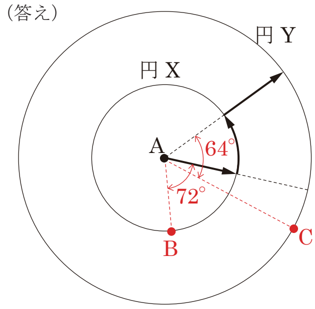


(2) ①の移動の開始時を現在から最短で何分後にすれば，③の移動までで点 P が点 C に到着することができますか。

(3) ①の移動を開始してから⑦の移動で点 A に戻るまでに，点 P の動く道のりは最短で何 m ですか。四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。

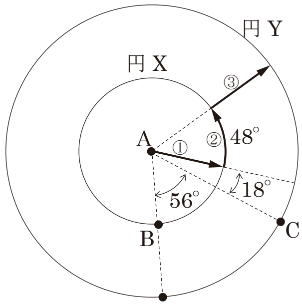
(1) 移動 1 では 12 分間で 10 m 進み，移動 2 では点 B と一緒に 360÷60＝6 度 /分，移動 3 では点 C と一緒に 360÷180＝2 度 /分 の速さで進みます。①の 12 分間では，点 B は円 X の周上を 6×12＝72 度進み，①から③までの 12＋8＋12＝32 分間では，点 C は円 Y の周上を 2×32＝64 度進んでいるので，移動開始時の点 B と点 C の位置は右図のようになります。

（答え）

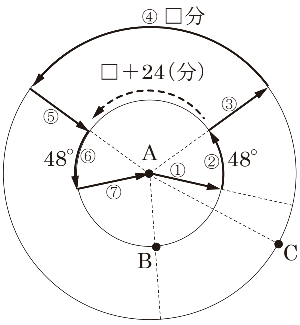


（次のページに続く）

(2) （右図）②の角度は 6×8＝48 度で，(1)の位置関係のとき，点 C は点 B よりも 72＋48－64＝56 度先にいます。→ 点 B が点 C よりも 360－56＝304 度先にいる。
→ 点 B と点 C が並んでいる現在よりも 304÷(6－2)＝76 分後にすればよい。



(3) ④の時間を□分とすると，点 P は点 C と一緒に 2×□(度)進みます。③から⑤の時間は□＋24(分間)で，点 B は 6×□＋6×24(度)進みます。点 B と点 C の進んだ角度の差は 360 度なので，式にあらわすと



6×□＋6×24＝2×□＋360

→ 4×□＝360－144＝216(度) → □＝216÷4＝54(分) → ④の角度は 2×54＝108 度だとわかります。①から⑦までで，点P の動く道のりは

$$10+20\times3.14\times\frac{48}{360}+10+40\times3.14\times\frac{108}{360}+10+20\times3.14\times\frac{48}{360}+10$$
$$=10\times4+\frac{8}{3}\times3.14\times2+12\times3.14=40+17\times3.14+\frac{1}{3}\times3.14$$
$$=40+53.38+1.0466\cdots=94.4266\cdots$$

→ 四捨五入すると 94.4 m になります。

3 あるクラスで，生徒全員から決まった金額を集めることになりました。そこで，学級委員の太郎君と花子さんは集めやすくするために次のようなルールを作りました。

ルール 1　使えるお金は 1 円玉，5 円玉，10 円玉，50 円玉，100 円玉，500 円玉の 6 種類の硬貨（こうか）とする。
ルール 2　おつりの無いように持ってくる。
ルール 3　硬貨は，1 人につき 10 枚まで持ってくることができる。

(1) クラスの生徒 40 人から 28 円ずつ集めることにしました。
(ア) ルールに合うように 28 円を持ってくる方法は全部で何通りありますか。
(イ) 集まったお金のうち，1 円玉を数えたら 165 枚ありました。このとき，5 円玉を 1 枚も持ってこなかった生徒は何人ですか。

(2) このルールについて，太郎君と花子さんは次のようなやり取りをしています。空らん①～⑧にあてはまる数を答えなさい。

太郎　「集める硬貨が多くなり過ぎないようなルールを決めたけど，このルールだと集められない金額ってあるよね。」
花子　「たしかにそうね。例えば 389 円を用意するとしたら，**ルール 1** と **ルール 2** を守れば，最低でも［①］枚の硬貨が必要だから，**ルール 3** を守れないわね。」
太郎　「このような金額ってどれくらいあるのかな。」
花子　「そのうち一番低い金額は［②］円だとわかるけど，たくさんありそうね。」
太郎　「49 円までの金額を用意するのに必要な最低枚数の表を作ってみたよ。」

最低枚数 (枚)	金額 (円)	何通りか (通り)
1	1, 5, 10	3
2	2, 6, 11, 15, 20	5
3	3, 7, 12, 16, 21, 25, 30	7
4	4, 8, 13, 17, 22, 26, 31, 35, 40	9
5	⋮	③
6	⋮	④
7	⋮	⑤
8	⋮	⑥
9	49	1

花子　「なるほど，この情報と 50 円玉，100 円玉，500 円玉の組み合わせを考えると，**ルール 1** と **ルール 2** を守れば，**ルール 3** を守れないものは，300 円までの金額では［⑦］通りあり，1000 円までの金額では［⑧］通りあるわね。」
太郎　「次に集めるときはルールを考え直してみないといけないね。」

(1) (ア) 10 円玉と 5 円玉と 1 円玉で 28 円を作る方法は次の 4 通りあります。

10 円	2	2	1	0
5 円	1	0	3	5
1 円	3	8	3	3
		↑※		

(イ) 前問より，28 円を作るとき，1 円玉は 3 枚か 8 枚のいずれかです。□＋△＝40 人なので，次のつるかめ算の計算をするとよい。

3 枚 ×□人 ＋ 8 枚 ×△人＝165 枚

△＝(165－3×40)÷(8－3)＝45÷5＝9 人です。これが表の ※ の生徒の人数と同じなので，5 円玉を持ってこなかった生徒数は 9 人です。

(2) ① 389 円を作るには，最低でも 100 円玉が 3 枚，50 円玉が 1 枚，10 円玉が 3 枚，5 円玉が 1 枚，1 円玉が 4 枚で，3＋1＋3＋1＋4＝12 枚が必要で，ルール 3 を守れない。

② 1 円玉が 4 枚，5 円玉が 1 枚，10 円玉が 4 枚，50 円玉が 1 枚，100 円玉が 1 枚で合計 11 枚になり，199 円がルール 3 を守ることができない一番低い金額です。

最低枚数 (枚)	金額(円)										何通りか (通り)
1	1	5	10								3
2	2	6	11	15	20						5
3	3	7	12	16	21	25	30				7
4	4	8	13	17	22	26	31	35	40		9
5		9	14	18	23	27	32	36	41	45	③ 9
6				19	24	28	33	37	42	46	④ 7
7						29	34	38	43	47	⑤ 5
8								39	44	48	⑥ 3
9										49	1

規則を考えながら表を完成させるとよいでしょう。何通りであるかは上から 3→5→7→9→9→7→5→3→1 と奇数が並びます。

（次のページに続く）

150 ～	1（通り）
200 ～	1（通り）
250 ～	1＋3＝4（通り）
300 ～	1＋3＝4（通り）
350 ～	1＋3＋5＝9（通り）
400 ～	1＋3＋5＝9（通り）
450 ～	1＋3＋5＋7＝16（通り）
500 ～	なし

550 ～	1（通り）
600 ～	1（通り）
650 ～	1＋3＝4（通り）
700 ～	1＋3＝4（通り）
750 ～	1＋3＋5＝9（通り）
800 ～	1＋3＋5＝9（通り）
850 ～	1＋3＋5＋7＝16（通り）
900 ～	1＋3＋5＋7＝16（通り）
950 ～	1＋3＋5＋7＋9＝25（通り）

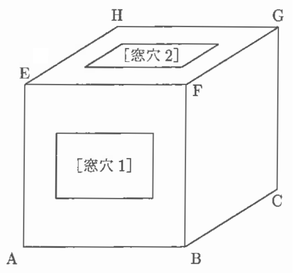
先ほどの表で完成した 1～49 円（★とします）の最低枚数をもとに，50 円＋（★），100 円＋（★），150 円＋（★），… と 50 円ずつ増えた金額のときを考えていきます。例えば，350～349 円の金額では 350 円＋（★）とし，350 円の枚数は 4 枚で，それに★が 7 枚以上加えると最低枚数が 11 枚以上になり，1＋3＋5＝9 通りあります。同じように考えていくと左の表のように整理できます。

⑦ 300 円までの金額では 1＋1＋4＝6 通りです。

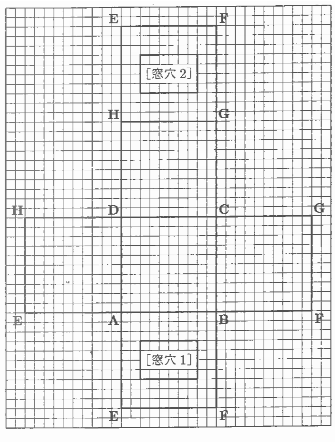
⑧ 1000 円までの金額では（1＋4＋9）×4＋16×3＋25＝129 通りになります。

4 （図 1）のように，1 辺の長さが 5m の立方体の小屋 ABCDEFGH があります。小屋の側面 ABFE には［窓穴 1］が，小屋の上面 EFGH には［窓穴 2］があり，外の光が入るようになっています。そして，この小屋の展開図は（図 2）のようになっています。

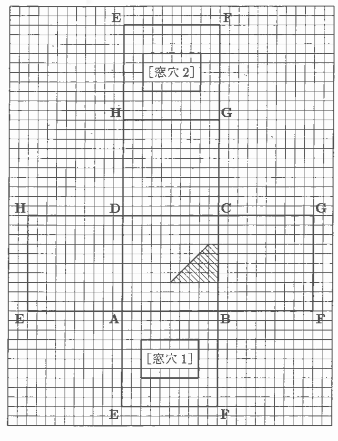
晴天の日のある時刻においてこの小屋の床面 ABCD で日のあたっている部分は，次のページにある（図 3）の斜線部分でした。このとき，小屋の中で他の面の日のあたっている部分を解答用紙の展開図に斜線を用いて示しなさい。



（図 1）

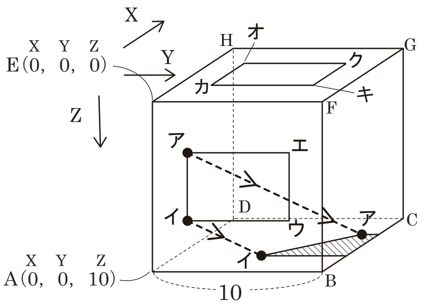


（図 2）



（図 3）

1 辺を 10 とします。E を基準に X，Y，Z の 3 方向で各点の位置を考えるとき，E（0，0，0），A（0，0，10）のように表せます。窓穴 1 の 4 つのかどを**ア**～**エ**とします。**ア**（0，2，3）でこれの光の先が地面の（7，9，10）に当たります。X，Y，Z のどれも 7 ずつ増えています。



ア（0，2，3）
＋7↓ ↓ ↓
（7，9，10）
面 ABCD の上

また，**イ**の場合はどれも 3 ずつ増えています。
この問題では，X，Y，Z で同じ数だけを増やした位置に光が向かうことがわかります。窓穴 1 と 2 の 8 つの角の光の先の位置をまとめると次のようになります。

ア（0，2，3） ＋7 → （7，9，10） 面 ABCD の上
イ（0，2，7） ＋3 → （3，5，10） 面 ABCD の上
ウ（0，8，7） ＋2 → （2，10，9） 面 BCGF の上
エ（0，8，3） ＋2 → （2，10，5） 面 BCGF の上
オ（7，2，0） ＋3 → （10，5，3） 面 CDHG の上
カ（3，2，0） ＋7 → （10，9，7） 面 CDHG の上
キ（3，8，0） ＋2 → （5，10，2） 面 BCGF の上
ク（7，8，0） ＋2 → （9，10，2） 面 BCGF の上

10 を作るとどこかの面に当たるということです。窓穴の長方形の各辺は平行なので，光の先の図形の各辺も平行になるように注意して点を結んでいきます。展開図の日のあたっている部分は右図のようになります。

（答え）