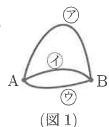


logix出版

3

(図1)のように、地点Aと地点Bの間に⑦、④、②の3つの道があります。

のぞみさん、ひかりさん、こだまさんが同時に地点Aを出発し、通る道の順番を⑦④②⑦④②⑦④②...と規則的に繰り返しながら、それぞれ一定の速さでAB間を何度も行き来します。ただし、この3人の中では、のぞみさんが最も速く、こだまさんが最もおそいです。



(図1)

のぞみさんが2回目と5回目に地点Bに着いたとき、ひかりさんに出会いました(どちらの場合も、のぞみさんは地点Bに着く直前にひかりさんとは異なる道を進んでいました)。

また、のぞみさんが8回目に地点Bに着いたとき、同じ道で前を進んでいたひかりさんに追いつきました。

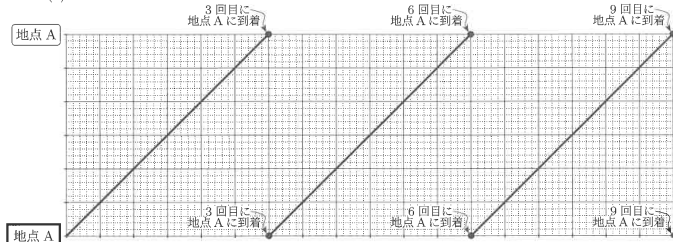
さらに、こだまさんは(出発のときをふくめず)初めて地点Aに着いたとき、のぞみさんとお会いしましたが、これはのぞみさんとの3回目の出会いでした。なお、それまでの出会いは地点Aでも地点Bでもありませんでした。

(1) (図2)は、のぞみさんが9回目に地点Aに着くまでののぞみさんの動きを表したグラフをかいたものです。ヨコ軸は出発してから時間、タテ軸は場所を表しています。なお、タテ軸の「地点A」は「地点A」からA→B→A→B→A→B→A→B→Aのように通った後に到達する地点Aを表しています。

(a) のぞみさんが2回目に地点Bに着いたときどこに表されるかを、解答らんにある図ののぞみさんの動きを表したグラフに記号⊗でかきいれないさい。

(b) のぞみさんが8回目に地点Bに着いたときどこに表されるかを、解答らんにある図ののぞみさんの動きを表したグラフに記号⊙でかきいれないさい。

(c) ひかりさんの動きを表したグラフを解答らんにある図にかきいれないさい。



(図2)

(2) のぞみさんが2, 5, 8回目に地点Bに着いたときのそれぞれについて、ひかりさんが何回目に地点Bに着いたときかを答えなさい。

(3) 道⑦、道④、道②の長さの比を求めなさい。

(4) のぞみさん、ひかりさん、こだまさんの速さの比を求めなさい。

(5) ひかりさんとこだまさんが初めて出会うのはどの道のどこですか。例えば「道⑦の地点Aから $\frac{2}{3}$ の地点」のような形で答えなさい。

(1) のぞみさんは、道⑦④②を

A→B→A→B(2回目)

→A→B→A(3回目)

→B→A→B(5回目)

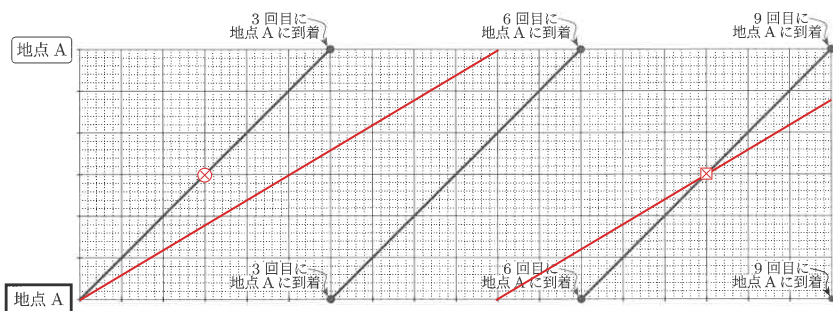
→A→B→A(6回目)→...

と進みます。右のグラフのタテ軸の中間地点が、2回目にB、5回目にB、8回目にBに着いたときを表します(答えは下図)。

また、のぞみさんが8回目にBに着いたときに、ひかりさんを追いこすので、ひかりさんのグラフは下図の通りです。

(2) グラフより、のぞみさんが2回目にBのときにひかりさんは1回目にB、のぞみさんが5回目にBのときにひかりさんは3回目にB、のぞみさんが8回目にBのときにひかりさんは5回目にBに着きました。

(3) 同時に出発してから、のぞみさんが8回目にBに着くまでに⑦④②×5進み、ひかりさんが5回目にBに着くまでに⑦④②×3進むので、2人の速さ比は5:3です。のぞみさんが2回目にB(⑦④②=5)、ひかりさんが1回目にB(⑦=3)とすると、のぞみさんが5回目にB(⑦④②×3=15)、ひかりさんが3回目にB(⑦④②⑦④②=9)がわかります。



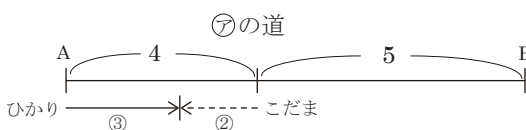
(1) (a) (b) (c) の答え

⑦=3, ④=1, ②=1なので、3つの道の長さ比は3:1:1になります。

(4) グラフの☆のとき、こだまさんがはじめてAにつき、のぞみさんとAで出会います。のぞみさんが⑦④②×2=10、こだまさんが⑦④=4進むので、速さ比は5:2です。3人の速さ比は5:3:2になります。

(5) グラフの★のとき、ひかりさんがAに着き、

その後に⑦を通過してBに向かいます。こだまさんはBから⑦を通過してAに向かっており、ちょうど $\frac{5}{9}$ の地点にいます。右のような状況で、残りの $\frac{4}{9}$ の道を3:2に分けた場所で2人は初めて出会います。それはひかりさんがAから $\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{15}$ 進んだ場所です。答えは「道⑦の地点Aから $\frac{4}{15}$ の地点」と表せます。



4 正三角形を底面とする三角柱 PQR-STU をある平面で切断して、その切断面を考えます。なお、(図1)のように、三角柱 PQR-STU は長方形 QTUR を底面にして置いてあります。

ヒカルさんが切断すると、切断面は三角形となり、これを三角形 ABC としました。このとき、三角柱 PQR-STU を真上から見ると、(図2)のように、角 A が 90 度、角 B が 60 度、角 C が 30 度に見えました。

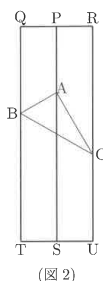
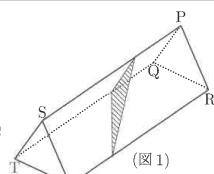
三角形 ABC の実際の形を知るため、ヒカルさんは次のように考えました。

見えている辺 AB, BC, CA のうち、実際の長さに等しいのは辺 BC のみで、他の 2 辺は実際にはもっと長いはずだ。

まず、辺 BC の長さを一辺とする正三角形を考えると、その高さが QR の長さに等しいです。よって、辺 QR を用いて、辺 BC を作図できます。

次に、(図3)のように、直線 BC 上に点 H をとり、直線 AH と直線 BC が垂直になるようにします。すると、AH の長さと点 H の位置がわかれば、三角形 ABC の実際の形がわかります。

そこで、点 A を通り平面 QTUR に垂直な直線と平面 QTUR との交点を K とします。真上から見ると点 A と点 K が重なって見えるので、三角形 KBC において角 K は ア 度、角 B は イ 度、角 C は ウ 度です。

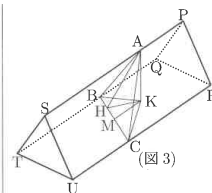


(図2)

直線 HK と直線 BC は垂直に交わっているため、HK の長さは CK の長さの エ 倍です。

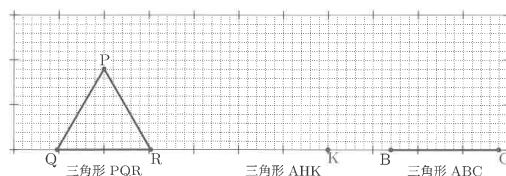
また、辺 BC の真ん中の点を M とすると、真上から見ると三角形 ABM は オ 三角形に見えるので、三角形 KBM も オ 三角形であり、HC の長さは HB の長さの カ 倍です。また、HK の長さは QR の長さの キ 倍で、AK の長さは正三角形 PQR の高さに等しいです。

これで三角形 AHK の形がわかり、それを利用して三角形 ABC の実際の形がわかります。



(1) 上の文章の空らん ア ～ キ に適切な語句または数値を答えなさい。

(2) 三角形 PQR が (図4) のようになっているとき、三角形 AHK, 三角形 ABC と合同な三角形を解答らんにある図にそれぞれなるべく正確にかきいれなさい。



(図4)

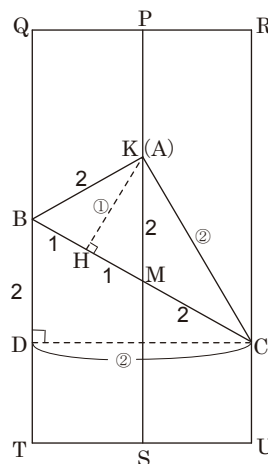
(1) 真上から見ると、三角形 ABC は角 A=90 度、角 B=60 度、角 C=30 度なので、

平面 QTUR の三角形 KBC の角 K は 90 度、角 B は 60 度、角 C は 30 度 です。

三角形 KHC も 90 度・60 度・30 度の直角三角形(正三角形の半分)なので、 $HK : CK = 1 : 2 \rightarrow HK$ の長さは CK の長さの $\frac{1}{2}$ 倍 です。

三角形 KBM(真上から見ると ABM)は $AB=BM=AM$ の 正三角形 になり、辺の比が図の通りになるので、HC の長さは HB の長さの 3 倍 になります。C から QR と平行な線を引き、QT と交わる点を D とします。三角形 KBH と三角形 CBD は相似な直角三角形で相似比が 1 : 2 です。 $HK : DC = 1 : 2$ なので、HK の長さは QR の長さの $\frac{1}{2}$ 倍 で、『直角三角形 AHK は正三角形 PQR を半分にした図形』だと分かります。

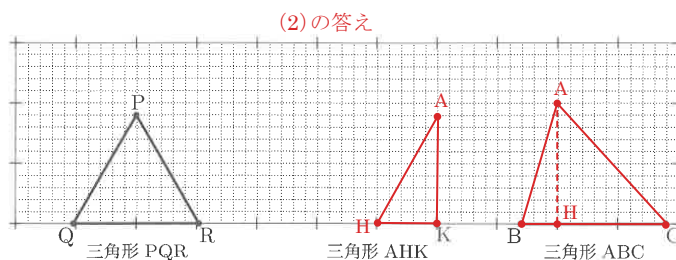
(答) ア 90, イ 60, ウ 30, エ $\frac{1}{2}$, オ 正, カ 3, キ $\frac{1}{2}$



(2) 三角形 AHK HK は正三角形 PQR の一辺の長さの $\frac{1}{2}$ (5 目盛り) で、AK は正三角形 PQR の高さ (9 目盛り) と等しい長さです。

三角形 ABC H は BC の長さ (12 目盛り) を 1 : 3 に分ける点で、(1) の『』より、AH は正三角形の一辺の長さ (10 目盛り) と等しくなります。

三角形 ABC H は BC の長さ (12 目盛り) を 1 : 3 に分ける点で、(1) の『』より、AH は正三角形の一辺の長さ (10 目盛り) と等しくなります。



(2) の答え