

$$\boxed{1} \quad \left(1 + \frac{3}{2} - \frac{5}{4} + \frac{7}{6} - \frac{9}{8} - \frac{11}{10}\right) \times \frac{45}{23} + 2.025 = \boxed{}$$

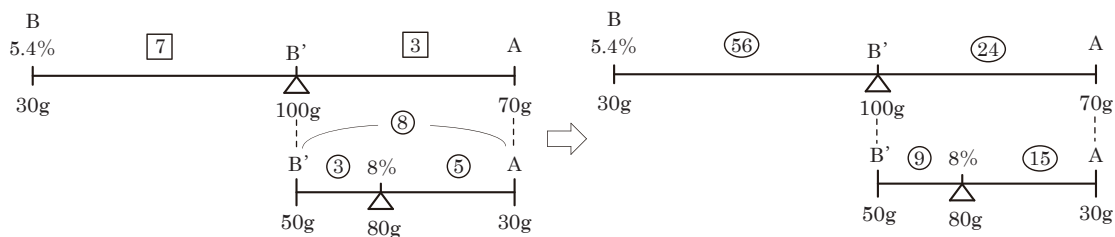
$$\begin{aligned} & 1 + \frac{3}{2} - \frac{5}{4} + \frac{7}{6} - \frac{9}{8} - \frac{11}{10} \\ &= 1 + 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{6} - 1\frac{1}{8} - 1\frac{1}{10} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} - \frac{1}{10} \\ &= \frac{1}{8} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10} \end{aligned}$$

$$= \frac{15}{120} + \frac{20}{120} - \frac{12}{120} = \frac{23}{120}$$

$$\begin{aligned} \frac{23}{120} \times \frac{45}{23} + 2.025 &= \frac{3}{8} + 2.025 \\ &= 0.375 + 2.025 \\ &= \underline{2.4} \end{aligned}$$

2

容器 A に濃度 $\boxed{}$ % の食塩水が 100g、容器 B に濃度 5.4 % の食塩水が 30g 入っています。容器 A から 70g の食塩水を容器 B に移してよくかき混ぜたあと、容器 B から 50g の食塩水を容器 A に移してよくかき混ぜたところ、容器 A の食塩水の濃度が 8 % になりました。



やり取りをてんびん図で表すと図のようになります。③ = ⑧ で比をそろえると右のようになります。⑤⑥ + ⑨ = ⑥⑤ が $8 - 5.4 = 2.6\%$ にあたります。

⑥⑤ = 2.6% → ⑤ = 0.2% → ①⑤ = 0.6% になり、A の最初の濃度は $8 + 0.6 = \underline{8.6\%}$ です。

3

あるお店は商品 A を販売しています。商品 A の定価から仕入れ値と経費を差し引いた金額が利益です。以下では定価、仕入れ値、経費、利益はすべて 1 個あたりのものを考えます。

2022 年の商品 A の定価は 1000 円で、利益は $\boxed{}$ 円でした。2023 年も定価は 1000 円でしたが、仕入れ値が 2022 年より 2 割高くなり、経費は変わらなかったため、利益が 2022 年の 68 % になりました。2024 年は仕入れ値は 2023 年と変わりませんでした、経費が 2023 年より 4 割高くなったので、利益を 2022 年と同じにするために商品 A の定価を 220 円高くしました。

	2022 年	2023 年	2024 年
定価	1000 円	1000 円	1220 円
仕入れ値	⑤	⑥	⑥
経費	△5	△5	△7
利益	25	17	25

2022 年から 2024 年の各値を左のように整理しました。

2022 年と 2023 年を比べると ① = ⑧

2022 年と 2024 年を比べると ① + △2 = 220 円

$$\xrightarrow{\text{置きかえ}} \boxed{8} + \triangle 2 = 220 \text{ 円}$$

$$\xrightarrow{\div 2} \boxed{4} + \triangle 1 = 110 \text{ 円} \cdots \text{ア}$$

2022 年は ⑤ + △5 + 25 = 1000 円

$$\xrightarrow{\div 5} \text{①} + \triangle 1 + \text{⑤} = 200 \text{ 円} \xrightarrow{\text{置きかえ}} \boxed{13} + \triangle 1 = 200 \text{ 円} \cdots \text{イ}$$

アとイを比べると ⑨ = 90 円、利益は 25 = 250 円 です。

4

2025 は 9 の倍数でも 25 の倍数でもあり、4 つの位の数のうち 1 つだけが 0 です。4 桁の整数のうち、9 の倍数でも 25 の倍数でもあり、4 つの位の数のうち 1 つだけが 0 であるものは 2025 を含めて全部で 個あります。

25 の倍数は下 2 桁が「00」「25」「50」「75」のいずれかです。

0 を 2 つ使っている「00」は省きます。9 の倍数は各位

の和が 9 の倍数になることに注目して書き出すと次の

ようになり、全部で $1 + (3 + 6) + 1 = 11$ 個になります。

25	50	75
20	13	60
	22	
	31	
	49	
	58	
	67	
	76	
	85	
	94	

5

A 駅では B 駅行き、C 駅行き、D 駅行きの 3 種類の電車が、それぞれ一定の間隔で発車します。ある日、3 種類の最初の電車が同時に発車し、3 種類の最後の電車も同時に発車し、B 駅行きは 169 本、C 駅行きは 71 本、D 駅行きは 41 本発車しました。この日、3 種類の電車が同時に発車したのは最初と最後を含めて全部で ① 回で、3 種類のうち 2 種類の電車のみが同時に発車したのは全部で ② 回でした。

		(間かくの数)	840(分)
B 駅行き	169 本	168	5(分)
C 駅行き	71 本	70	12(分)
D 駅行き	41 本	40	21(分)

間かくの数は発車本数から 1 引いた数で、168, 70, 40 です。最小公倍数が 840 なので、最初から最後まで時間を 840 分とすると、各電車は 5 の倍数、12 の倍数、21 の倍数のときに発車します。

① 3 つが同時発車するのは 420 の倍数のときで、 $840 \div 420 = 2$ より、最初と最後も入れて 3 回ありました。

② B と C は 60 の倍数 $\rightarrow 840 \div 60 = 14$

C と D は 84 の倍数 $\rightarrow 840 \div 84 = 10$

D と A は 105 の倍数 $\rightarrow 840 \div 105 = 8$

最初と最後と 3 種類発車のとき(420 分後)をのぞくと 2 種類のみの発車は

$(14 - 2) + (10 - 2) + (8 - 2) = 12 + 8 + 6 = 26$ 回ありました。

6

右の図は、 1×1 から 9×9 の 81 個の数を表にしたものです。太線の長方形の中に書かれたすべての数の和は 315 です。この表の罫線で囲まれた長方形は全部で 2025 個ありますが、そのうち、中に書かれたすべての数の和が 315 であるものは、太線の長方形を含めて全部で 個あります。ただし、正方形は長方形に含まれるとします。

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

	7	8			7	8	
6	42	48		6	7×6	8×6	
7	49	56	⇒	7	7×7	8×7	
8	56	64		8	7×8	8×8	
	和 315				和 315		

太線の長方形について

$$7 \times 6 + 7 \times 7 + 7 \times 8 + 8 \times 6 + 8 \times 7 + 8 \times 8$$

$$= 7 \times (6 + 7 + 8) + 8 \times (6 + 7 + 8)$$

$$= (7 + 8) \times (6 + 7 + 8) \text{ となり、和は } 15 \times 21 = 315 \text{ です。}$$

(次のページに続く)

(連続する整数の和) × (連続する整数の和)

この積が 315 になる組み合わせを探していきます。315 = 3 × 3 × 5 × 7 と素因数分解できるので、組み合わせは(ア) 15 × 21, (イ) 9 × 35, (ウ) 7 × 45 に分れます。

(1 から 9 の和は 45 なので 45 以下)

(ア) の場合

和 15 … 7 + 8, 4 + 5 + 6,

1 + 2 + 3 + 4 + 5 の 3 通り

和 21 … 6 + 7 + 8,

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 の 2 通り

(イ) の場合

和 9 … 9, 4 + 5, 2 + 3 + 4 の 3 通り

和 35 … 5 + 6 + 7 + 8 + 9,

2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 の 2 通り

(ウ) の場合

和 7 … 7, 3 + 4 の 2 通り

和 45 … 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9

の 1 通り

縦横が逆もあるので 315 になる長方形は

(3 × 2 + 3 × 2 + 2 × 1) × 2 = 28 個あります。

7

8 個の数 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 を並べ替えると, A, B, C, D, E, F, G, H となりました。5 桁の整数 1ABC2 を D で割ると割り切れ、商が 4 桁の整数 EFGH となるとき、整数 EFGH は です。

EFGH
× D
1ABC2
(3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 を使う)

1ABC2 ÷ D = EFGH は左のような筆算に変更できます。D × H の一の位が 2 であることと、D × E に繰り上がる数を足すと 1A となることに注目すると、D, H, E の組み合わせは次の 4 つが候補です。1 つずつ試して

いくと、(※)のときに完成し、EFGH は 5694 です。

D	H	E	
3	4	5	…※
3	4	6	
4	8	3	
6	7	3	

(完成)

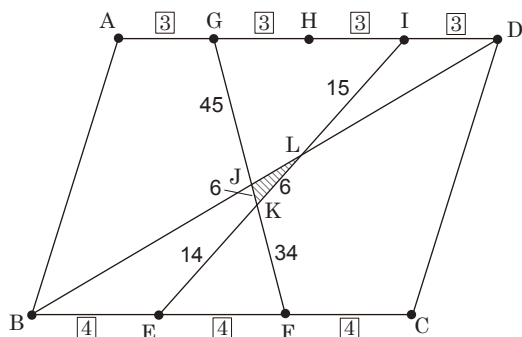
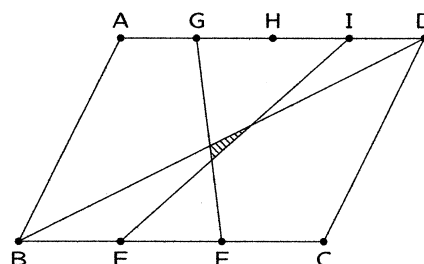
5694

× 3

17082

8

図のように、平行四辺形 ABCD があり、点 E, F は辺 BC を 3 等分し、点 G, H, I は辺 AD を 4 等分しています。3 直線 BD, EI, FG で囲まれた斜線部分の面積は平行四辺形 ABCD の面積の 倍です。

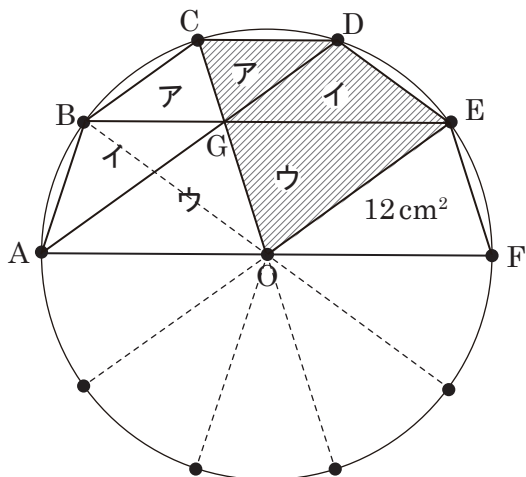
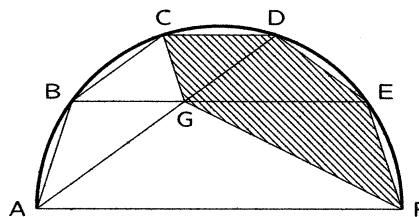


AD = BC = 12 として考えていきます。辺 GF は GK : KF = 3 : 2 と GJ : JF = 9 : 8 の比をそろえると GJ : JK : KF = 45 : 6 : 34, 辺 IE は IL : LE = 3 : 4 と IK : KE = 3 : 2 の比をそろえると IL : LK : KE = 15 : 6 : 14 になります。三角形 GKI の面積は平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{1}{2} \times \frac{6}{12} \times \frac{3}{3+2} = \frac{3}{20}$ 倍で、斜線部分の面積は三角形 GKI の面積の $\frac{6}{6+45} \times \frac{6}{6+15} = \frac{6}{51} \times \frac{6}{21}$

= $\frac{4}{119}$ 倍になります。まとめると、斜線部分は平行四辺形の $\frac{3}{20} \times \frac{4}{119} = \frac{3}{595}$ 倍です。

9

図のように、AF を直径とする半円の周(太線部分)を点 B, C, D, E が5等分しています。また、直線 AD と直線 BE は点 G で交わっています。六角形 ABCDEF の面積が 60cm^2 のとき、斜線をつけた五角形 CDEFG の面積は cm^2 です。



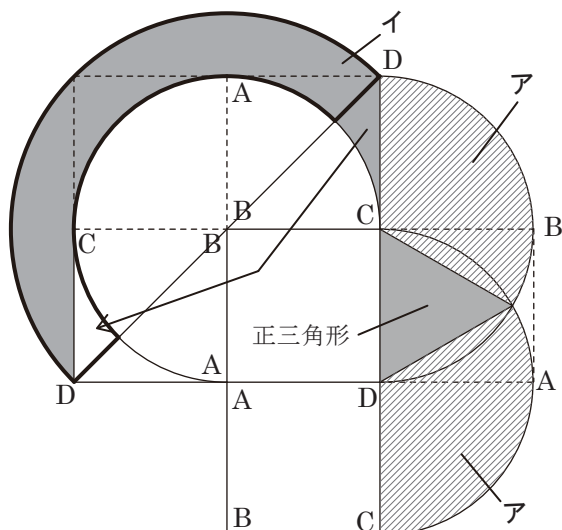
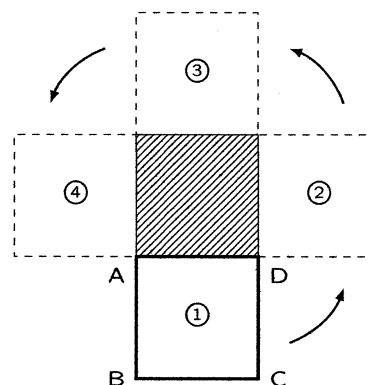
三角形 OEF は六角形 ABCDEF の 5 等分なので $60 \div 5 = 12\text{cm}^2$ です。BE と AF は平行なので、斜線部分は左図のように等積変形できます。図のように分割すると、円の中にできる図形としてとらえたとき対称性よりア, イ, ウの三角形はそれぞれ面積が等しくなります。斜線の面積は
 $\text{ア} + \text{イ} + \text{ウ} = (60 - 12) \div 2 = \underline{24\text{cm}^2}$ です。

10

固定された 1 辺の長さが 6cm の正方形(斜線部分)があり、図のように 1 辺の長さが 6cm の正方形 ABCD が①の位置に置かれています。

正方形 ABCD を頂点 D の周りに 180° 回転させ、②の位置に移動させます。さらに、正方形 ABCD を 1 つの頂点の周りに 180° 回転させ、②の位置から③の位置に、③の位置から④の位置に移動させます。図の矢印は回転の向きを表しています。

この移動において辺 CD が通過する部分の面積は、1 辺の長さが 6cm の正三角形の面積より cm^2 大きいです。



辺 CD の通過部分は図のようになります。
 アの和は $6 \times 6 \times \pi \times \frac{2}{3} = 24\pi (\text{cm}^2)$ 。
 イは左図のように移動させると太線部分の図形になるので $(72 - 6 \times 6) \times \pi \times \frac{1}{2} = 18\pi (\text{cm}^2)$ 。
 辺 CD の通過する部分は正三角形の面積よりも $\text{ア} + \text{イ} = 24\pi + 18\pi = 42\pi$
 $= \underline{131.88\text{cm}^2}$ 大きいです。

11

図 1 の太線で表された立体は、図 2 の五角形を底面とする五角柱を 1 つの平面で 2 つに分けたうちの 1 つです。この立体の体積は cm^3 です。

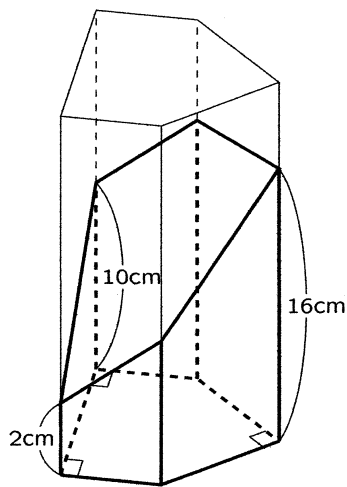


図 1

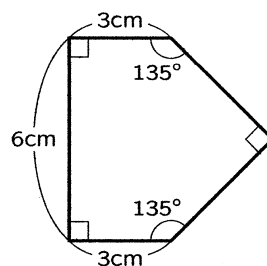
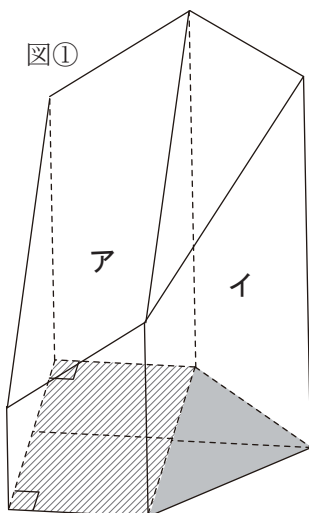
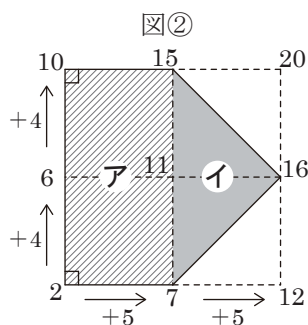


図 2



図①



図②

図①のように、ア：底面が長
方形の切断四角柱(断頭四角柱
ともいう)と、イ：底面が直角
二等辺三角形の切断三角柱を
組み合わせた立体です。図②
は真上から見た図で、各頂点
に書かれた数は高さを表し、

各方向への変化量に注目すると図②のようになります。

$$\text{ア} \cdots 3 \times 6 \times \frac{2+15}{2} = 153 \text{ cm}^3,$$

$$\text{イ} \cdots 3 \times 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{7+15+16}{3} = 114 \text{ cm}^3 \text{ です。}$$

合わせると $153 + 114 = 267 \text{ cm}^3$ になります。

12

2 つの立体 A, B があります。図 1 は立体 A の展開図、図 2 は立体 B の展開図です。立体 A, B の辺の長さはすべて 10cm です。また、斜線をつけた四角形はすべて正方形で、黒丸をつけた角の大きさはすべて 60° です。このとき、立体 A の体積は立体 B の体積の 倍です。

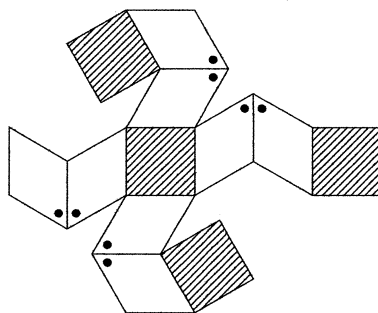


図 1

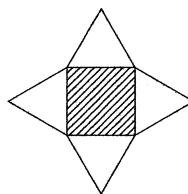
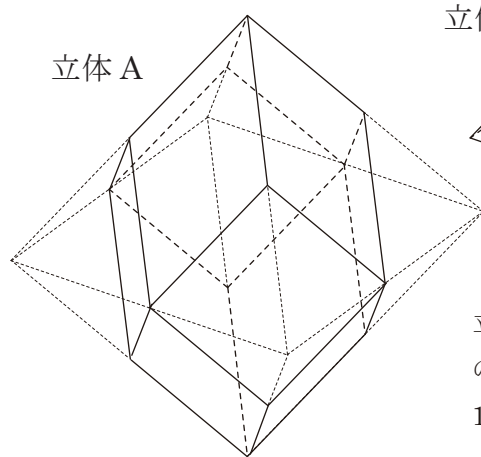


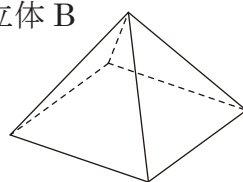
図 2

(次のページに続く)



立体 A

立体 B



展開図を組み立てると左図のようになります。立体 B は 1 辺の長さが 10 cm の正四角すいで、立体 A は 1 辺が 20 cm の正八面体から立体 B を 4 つ取りのぞいた立体になります。

1 辺が 20 cm の正四角すいは立体 B の体積の $2^3=8$ 倍、正八面体は立体 B の体積の $8 \times 2=16$ 倍で、立体 A の体積は立体 B の体積の $16-1 \times 4=12$ 倍になります。

----- (解説はここまで) -----